низму «застревать-проскальзывать», например при движении смычка по скрипичной струне. Посмотреть на это явление и получить удовольствие от анимационной картины можно, например, на австралийском сайте www.phys.unsw.edu.au/~jw/Bows.html. Функционирование отдельно взятого зуба пилы, по-видимому, подобно движению смычка по струнам скрипки. В режиме застревания смычок увлекает за собой струну, а зуб пилы – волокно дерева. В режиме скольжения струна срывается и движется в сторону, противоположную смычку, создавая тем самым колебания струны, а волокно дерева разрывается.

Конечно, более подробный анализ распределения упругих напряжений в пиле возможен только в условиях физической лаборатории, но теперь основные черты увиденного явления казались ясными. Движение неоднородной по структуре зубьев пилы по механизму «застревать-проскальзывать» ведет к неоднородным силовым воздействиям на пилу. Это формирует поперечные колебания пилы, которые приводят к вырыванию частиц дерева из одних мест и переносу их на другие.

Однако главного оценщика завершенности исследования – чувства понимания механизма, приводящего к волнообразному срезу бревна с помощью лучковой пилы, – не пришло. Первая видимая проблема состояла в следующем.

Кинематика пилы

Возможные изгибы пилы ограничены в своей кинематике двумя вертикальными срезами бревна. Это порождает трудности в понимании того, каким же образом колеблющейся и продольно движущейся пиле удается проскочить через распил бревна, в котором имеются то расширяющиеся, то сужающиеся области (отсканированная форма этих областей вместе с нарисованной не колеблющейся пилой показана на рисунке 5). Ведь очевидно, что из-за продольных смещений

Рис. 5

пилы по правилу «туда-сюда» любые имеющие место или возникающие внутри распила бревна неровности должны срезаться!

Выход из этого противоречия один – изгибы пилы должны представлять собой стоячие волны, имеющие нули и максимумы для прорезания впадин и сохранения выступов. Как известно, стоячая волна образуется при наложении двух бегущих волн, движущихся в разные стороны. Это значит, что одна из бегущих волн должна двигаться в сторону движения пилы, т.е. вместе с ее зубьями, а вторая – в противоположном направлении. Посмотрим, может ли быть такое.

С этой целью проведем компьютерный эксперимент. Задавая длину волны $\lambda = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ м, определим две безразмерные переменные. Одну из них – для задания смещений x точек пилы: $\xi = \pi x/\lambda$. Другую – для задания фазы волны, зависящей от времени t и скорости v перемещения пилы: $\phi = \pi v t/\lambda$. Для определенности примем, что $v \sim 1$ м/с, хотя следует сразу же заметить, что пила не имеет постоянной скорости при пилении. Однако сейчас важно другое – необходимо понять в принципе, каким же образом может быть реализована кинематика пилы.

С использованием введенных переменных определим следующие функции: функцию

$$o(\xi, \phi) = 0{,}25 \sin(\xi - \phi) + 0{,}25 \sin(\xi + \phi),$$

содержащую суперпозицию двух бегущих волн, – для описания стоячей волны, функцию

$$s(\xi, \phi) = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\sin(\xi - \phi)\right)$$

– для описания треугольной периодической структуры зубьев пилы и, наконец, функцию

$$F(\xi, \phi) = o(\xi, \phi) + s(\xi, \phi) \qquad (*)$$

– для описания эффекта наложения движения зубьев на волновое движение пилы. Постоянные коэффициенты осциллирующих функций $o(\xi, \phi)$ и $s(\xi, \phi)$ заданы из расчета того, чтобы максимальная амплитуда отклонений точек пилы от равновесия равнялась 1.

На рисунке 6 показан характер изменения стоячей волны $o(\xi, \phi)$ и суммарной функции $F(\xi, \phi)$ в различные моменты времени, соответствующие значениям фазы $\phi = 0$; $0{,}25\pi$; $0{,}5\pi$; $0{,}75\pi$; π. На рисунке 6,*а* зубья пилы находятся в состоянии зацепления: верхние – в точках $\xi_1 = \pi/2$ и $\xi_2 = 5\pi/2$, а нижние – в точках $\xi_3 = 3\pi/2$ и $\xi_4 = 7\pi/2$. Пила в этих точках прогнута в сторону зацепления. Понятно, что если какой-либо зуб зацепился за волокно дерева, то пила прогнется в направлении этого зацепа. Через время $\Delta t = \phi\lambda/(\pi v) = 3{,}75 \cdot 10^{-3}$ с (см. рис.6,*б*) зубья пилы начинают выходить из состояния зацепления и переходить к состоянию скольжения. Еще через Δt, когда стоячая волна обращается в ноль (см. рис.6,*в*), зубья пилы принимают то положение, при котором должен происходить идеальный распил бревна. В этом случае ширина распила должна быть приблизительно равной разводу зубьев. И по-видимому, именно в окрестности этого момента времени, когда зубья пилы проскальзывают мимо вертикальных зацеплений на поверхностях среза бревна, они зацепляются за волокна в горизонтальной плоскости и, вырывая их, углубляют пропил бревна. Спустя еще время Δt амплитуда стоячей волны принимает отрицательные значения в окрестностях точек ξ_1 и ξ_2 (см. рис.6,*г*). Нижние зубья начинают наезжать на пучности стоячей волны и еще через время Δt переходят к состояниям зацепления в этих точках (см. рис.6,*д*). То же происходит с верхними зубьями в точках ξ_3 и ξ_4. Вот что формирует длину волны, равную λ на срезе бревна! Например, на верхнем срезе расстояние между ближайшими углублениями равно

$$\Delta x = (\xi_3 - \xi_1)\frac{\lambda}{\pi} = \lambda .$$