

Наконец, рассмотрим область $r \leq R_1$. Здесь напряженность электрического поля равна нулю, и, следовательно, $\varphi(r) = \text{const}$. Эту константу найдем из выражения для второй области при $r \rightarrow R_1$ и получим

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_1} + \frac{Q(\epsilon - 1)}{4\pi\epsilon_0\epsilon R_2}.$$

На рисунке 2 изображено распределение $\varphi(r)$ для всех трех областей. Отметим характерную особенность приведенного распределения: при $r = R_1$ и $r = R_2$ происходят скачки производной $d\varphi/dr$, а следовательно, и скачки напряженности электрического поля. Разрыв функции $E(r)$ при $r = R_1$ и $r = R_2$ связан с наличием поляризационных зарядов на внутренней и внешней поверхностях сферического слоя диэлектрика.

Рис. 2

Задача 2. Три маленьких одинаковых шарика, каждый массой m и зарядом q , расположены на гладкой горизонтальной поверхности.

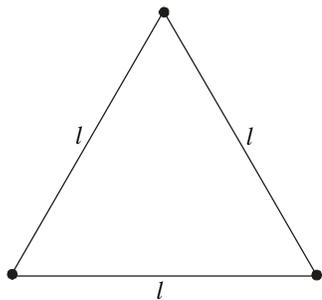


Рис. 3

Шарики связаны друг с другом тремя нерастяжимыми и непроводящими нитями длиной l каждая (рис. 3). Все три нити одновременно пережигают. Определите ускорения шариков сразу после пережигания и импульс каждого шарика после разлета на большие расстояния.

Сразу после пережигания нитей на шарики будут действовать только электрические силы. Поскольку шарики расположены симметрично относительно точки пересечения биссектрис, результирующие силы, действующие на шарик, будут одинаковы по абсолютной величине и направлены под углом 120° друг к другу. На рисунке 4 на примере одного из шариков показаны силы \vec{f} попарного взаимодействия шариков и результирующая сила \vec{F} , где

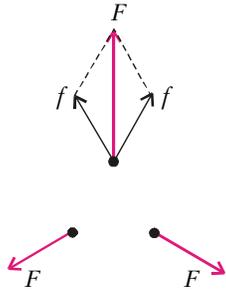


Рис. 4

$$f = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2} \text{ и } F = \sqrt{3}f = \frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0 l^2}.$$

Ускорение каждого шарика равно

$$a = \frac{F}{m} = \frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\epsilon_0 m l^2}.$$

Для ответа на второй вопрос воспользуемся законом сохранения энергии. Сразу после пережигания нитей кинетическая энергия шариков равна нулю, а потенциальная энергия равна сумме потенциальных энергий всех пар зарядов:

$$W_p = \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 l}.$$

Когда шарики разлетятся на большие расстояния, потенциальная энергия шариков будет равна нулю, а кинетическая энергия составит

$$W_k = \frac{3p^2}{2m},$$

где p – импульс каждого шарика. Из равенства $W_p = W_k$ следует, что

$$\frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 l} = \frac{3p^2}{2m},$$

откуда получаем

$$p = q\sqrt{\frac{m}{2\pi\epsilon_0 l}}.$$

Задача 3. Два небольших проводящих шарика радиусом r расположены на расстоянии R ($R \gg r$) друг от друга. Шарики поочередно заземляют. Определите потенциал шарика, который был заземлен первым, если первоначально каждый шарик имел заряд q .

В нашем случае, когда $r \ll R$, мы будем пренебрегать возможным перераспределением зарядов по поверхностям сфер, полагая, что заряды распределены равномерно.

Сначала рассмотрим исходную ситуацию, когда каждый заряженный шарик находится в поле заряда другого шарика. Найдем потенциал каждого шарика, который будет включать в себя два слагаемых. Одно слагаемое – это потенциал шарика в собственном электрическом поле:

$$\varphi_{11} = \varphi_{22} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Здесь φ_{11} – потенциал первого шарика, который мы и будем заземлять первым, а φ_{22} – потенциал второго шарика. Второе слагаемое – это потенциал каждого шарика в поле другого шарика:

$$\varphi_{12} = \varphi_{21} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}.$$

Здесь φ_{12} – потенциал первого шарика в поле второго шарика, а φ_{21} – потенциал второго шарика в поле первого. Теперь мы можем записать суммарный потенциал каждого шарика:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{11} + \varphi_{12} = \varphi_{22} + \varphi_{21} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R} \right).$$

Заземлим первый шарик – его потенциал станет равным нулю, что возможно только при изменении заряда этого шарика. Новый заряд q_1 первого шарика найдем из условия

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = 0,$$

откуда

$$q_1 = -q \frac{r}{R}.$$

После заземления второго шарика его потенциал станет равным нулю. Новый заряд q_2 на втором шарике определяется из уравнения

$$\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} = 0,$$

откуда

$$q_2 = -q_1 \frac{r}{R} = q \left(\frac{r}{R} \right)^2.$$

Потенциал φ шарика, который был заземлен первым, определяется новыми зарядами на обоих шариках:

$$\varphi = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{qr^2}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} \left(\frac{r^2}{R^2} - 1 \right).$$

Задача 4. Распределение потенциала $\varphi(x)$ между электродами газоразрядной трубки во время газового разряда изображено на рисунке 5. Постройте график распределения напряженности поля $E(x)$.