этот проводник (или, как еще говорят, при изменении числа линий индукции магнитного поля, пронизывающих эту поверхность), в проводнике возникнет электродвижущая сила индукции. (То же самое произойдет, если проводник как-то растягивать или сжимать, т.е. менять площадь поверхности, или поворачивать само магнитное поле вокруг проводника – словом, если любым способом менять этот самый поток магнитной индукции.) Но если в проводнике возникла ЭДС $\mathcal{E}$, то потечет электрический ток и, значит, на его сопротивлении R будет выделяться в единицу времени тепловая энергия $\mathcal{E}^2/R$. Будем считать, что это единственный сток энергии («сток» означает «отрицательный источник») – ну, хотя бы потому, что заданное поле достаточно сильное.

Конечно, мы знаем, что возникший ток породит свое магнитное поле (самоиндукция), которое будет препятствовать изменению потока первоначального поля (закон Ленца), но для простоты рассуждений будем считать, что коэффициент самоиндукции пренебрежимо мал.

У каждого кольца на нити есть положение равновесия, при котором нить не закручена. Чтобы «включить» колебания, закрутим нить на малый угол α_0 ($\alpha_0 \ll \pi$) и отпустим. Возникнут свободные затухающие колебания. Любая колебательная система характеризуется очень важным параметром – добротностью. Чем больше добротность, тем «лучше» колебания. Например, гармонические колебания (рис. 2,*а*; штриховая кривая), по определению, никогда не затухают – их добротность бесконечно велика. Амплитуда же затухающих колебаний за один период T уменьшается на некоторую величину $\Delta\alpha_m$.

А что происходит с энергией колебаний? Ведь полная механическая энергия состоит из энергий двух сортов: потенциальной Π и кинетической K. Рассмотрим сначала первую из них. Подобно тому как потенциальная энергия растянутой пружины равна $kx^2/2$ (где x – растяжение, k – жесткость), потенциальная энергия закрученной нити равна $\Pi = G\alpha^2/2$, где G – крутильная жесткость. Ее (Π) изменение со временем показано на рисунке 2,*б*. Видно, что потенциальная энергия обращается в ноль, когда колебательная система – осциллятор (в данном случае кольцо на нитях) – проходит положение равновесия. Но в эти же моменты времени достигает наибольшей величины кинетическая энергия K. Можно показать, что для идеальных (гармонических) колебаний средние (за период) значения потенциальной и кинетической энергий строго одинаковы: $\langle \Pi \rangle = \langle K \rangle$, а их сумма $W = \langle \Pi \rangle + \langle K \rangle$ не изменяется со временем (а куда же ей деваться, если нет потерь?). Но в случае затухающих колебаний эта суммарная механическая энергия уменьшается за период на величину ΔW_T. Теперь понятно, что «качество» колебаний, т.е. их добротность Q, разумно охарактеризовать отношением $W/\Delta W_T$ – чем меньше знаменатель (потери), тем «лучше» колебания, тем ближе они к прекрасным (но недостижимым) свободным гармоническим колебаниям. Или отношением характерного времени затухания, т.е. времени, за которое происходит уменьшение амплитуды колебаний α_m, например, в 2, 10 или e раз, к периоду колебаний.

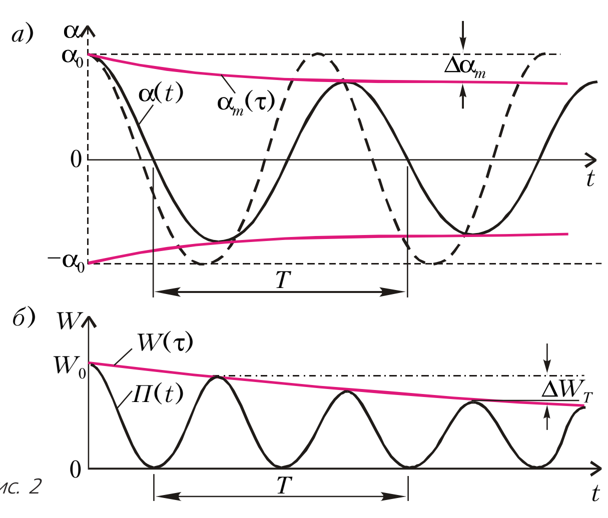

Рис. 2

Оценим это отношение для одного из колец. Пусть изменение угла поворота описывается уравнением

$$\alpha(t) = \alpha_m(\tau)\cos\omega t$$

(см. рис. 2,*а*). Заметим, что в этой записи указаны два времени: 1) «быстрое» время t, характерным масштабом которого является период T – за этот отрезок времени происходят большие изменения угла в крайних его пределах, и 2) «медленное» время τ, за которое амплитуда α_m изменяется на заметную величину и которое содержит много периодов колебаний. Значит, мы предполагаем, что колебания хотя и не идеальные, но «достаточно хорошие» – они медленно затухают и, значит, их добротность высока. А их суммарная энергия в любой момент времени равна

$$W = 2\langle \Pi \rangle = 2\frac{G\left\langle \alpha^2(t)\right\rangle}{2} = \frac{G\alpha_m^2(\tau)}{2}$$

(так как $\left\langle \cos^2\omega t\right\rangle = 1/2$).

Теперь найдем, наконец, изменение потока индукции магнитного поля через плоскость кольца. Сам поток равен

$$\Phi = BS\sin\alpha \approx BS\alpha = B\pi a^2\alpha_m(\tau)\cos\omega t$$

(напомним, что угол α предполагается малым, поэтому $\sin\alpha \approx \alpha$). Его изменение на масштабах времени порядка одного периода связано только с изменением косинуса (ведь $\alpha_m(\tau)$ «почти» постоянно на этом отрезке времени). Следовательно,

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\omega B\pi a^2\alpha_m(\tau)\sin\omega t\,.$$

Но это и есть ЭДС индукции $\mathcal{E}$. Значит, потери энергии за период составят

$$\Delta W_T = T\cdot\frac{\left\langle \mathcal{E}^2\right\rangle}{R} = \frac{2\pi}{\omega}\cdot\frac{\left(\omega B\pi a^2\right)^2\alpha_m^2(\tau)\cdot(1/2)}{2\pi a/(\lambda s)}\,.$$

Здесь учтено, что $T = 2\pi/\omega$, $\left\langle \sin^2\omega t\right\rangle = 1/2$, а сопротивление проводника длиной $2\pi a$ и поперечного сечения s равно $R = 2\pi a/(\lambda s)$, где λ – удельная электропроводность материала.

Итак, вот, наконец, желанная добротность колебаний:

$$\frac{W}{\Delta W_T} = \frac{G\alpha_m^2(\tau)}{2}\,\frac{\omega\cdot 2\pi a}{2\pi\left(\omega B\pi a^2\right)^2\alpha_m^2(\tau)(1/2)\lambda s}\,.$$

Видно, прежде всего, что это отношение не зависит от «амплитуды» колебаний $\alpha_m(\tau)$. Далее, если радиусы, массы и жесткости нитей подвеса одинаковы для обоих колец, то частóты их колебаний одинаковы; кроме того, магнитное поле одно и то же. Значит, добротности Q будут отличаться только из-за различия удельных электропроводностей и площадей сечения проводников, поэтому можно записать

$$Q \sim \frac{W}{\Delta W_T} \sim \frac{1}{\lambda s}\,.$$

А поскольку массы и радиусы колец одинаковы, то их площади сечения обратно пропорциональны плотностям: $s \sim \rho^{-1}$, и

$$Q \sim \frac{\rho}{\lambda}\,.$$