Чаша весов колеблется...

А.СТАСЕНКО

Вот, я знаю вас, владыки справедливости,.. я не творил дурного,.. я не прибавлял к мере веса, я не давил на гирю, я не плутовал с отвесом... Я чист. Я чист. Я чист.

Древнеегипетское заклинание (из «Книги мертвых», гл. 125)

Тысячи лет нужды торговли заставляли человечество отмерять и взвешивать. Изобретено множество систем весов, представленных в современных музеях. Разработаны теории точного взвешивания, из которых в школьные программы вошла в основном *статика* весов. [1] В реальности весы работают в *динамическом режиме*, в чем можно убедиться в любом магазине. И это не случайно. А почему – об этом и пойдет речь.

«Сконструируем» самые простые весы (рис.1,*а*): пружина с направляющим штоком, на верхнем конце которого укреплена чашка для товара. Если масса чашки m, то пружина сразу укоротится на

$$x_0 = \frac{mg}{k},$$

где k – жесткость пружины. Это положение и является стартовым для взвешивания товара (рис.1,*б*). Поэтому введем понятие отклонения от положения равновесия:

$$s = x - x_0 .$$

Груз, даже спокойно положенный на чашку весов (без начальной скорости), начнет двигаться вниз и вызовет колебания, которые постепенно затухнут из-за сопротивления воздуха, трения твердых частей конструкции весов друг о друга, потерь энергии в деформируемой пружине... В результате, если подождать достаточно долго, то при отсутствии сухого трения истинное показание весов должно быть равно (рис.1,*в*)

$$s_{\text{ист}} = \frac{Mg}{k} \equiv \frac{G}{k} . \qquad (1)$$

(Заметим, что под термином «вес груза G» здесь мы понимаем показание весов.)

Но кто же будет ждать «достаточно долго»? И Продавцу некогда, и Очередь соберется и взволнуется не в пользу Покупателя.

В дальнейшем для упрощения теории предположим, что диссипация механической энергии (т.е. ее превращение в тепловую) связана только с сухим трением. В идеальном случае сила сухого трения не зависит от величины относительной скорости трущихся тел, а зависит только от направления движения, т.е. от знака скорости. Рисунок 2 иллюстрирует этот факт: знак силы трения противоположен знаку скорости, т.е. s', что вполне разумно – в противном случае трение ускоряло бы тела. В частности, в начале движения, когда чашка и груз идут вниз ($s' > 0$), сила трения направлена вверх (т.е. в наших координатах она отрицательна). В этих предположениях уравнение движения весов будет иметь вид

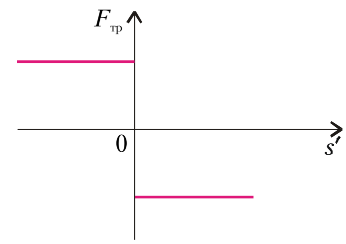

Рис. 2

$$(m + M)s'' = -ks + Mg \mp F_{\text{тр}} . \qquad (2)$$

(Обратим внимание, что на самом деле тут *два* уравнения, каждое из которых соответствует определенному знаку скорости $s' \gtrless 0$.) Это выражение можно привести к более привычному виду

$$s'' + \omega^2 s = \frac{Mg \mp F_{\text{тр}}}{m + M} , \qquad (3)$$

где

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m + M}} \qquad (4)$$

– круговая частота собственных колебаний.

Но почему в уравнении (2) не учтен вес чашки mg? А потому, что оно записано для *отклонения* s от положения равновесия. Поясним подробнее. Вернемся к координате x (см. рис.1,*а*). В этом случае уравнение движения чашки с грузом имеет вид

$$(m + M)x'' = -kx + (m + M)g \mp F_{\text{тр}} .$$

Здесь вес чашки присутствует, что вполне понятно. Но, подставляя сюда $x = s + x_0$ и учитывая, что $x'' = s''$ (постоянная величина x_0 исчезает при дифференцировании по времени), получаем

$$(m + M)s'' = -ks - \underline{kx_0} + \underline{mg} + Mg \mp F_{\text{тр}} .$$

По определению величины x_0, подчеркнутые слагаемые взаимно уничтожаются, и получается уравнение (2).

Из уравнения (2) видно, что существуют два значения s,

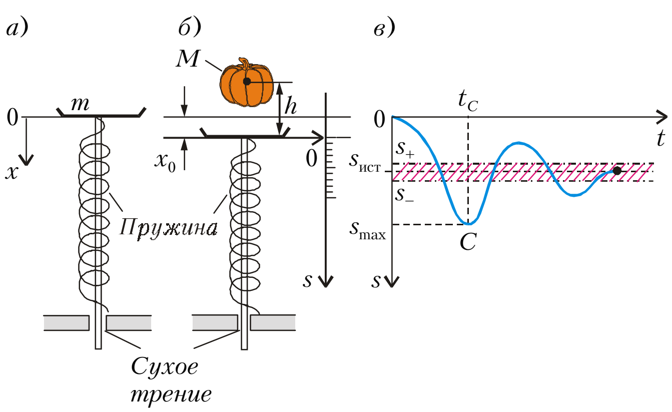

Рис. 1

[1] *О статике простейших рычажных равноплечих весов можно прочитать, например, в статье С.Варламова в «Кванте» №1 за 2003 год. (Прим. ред.)*

(Окончание см. на с. 34)