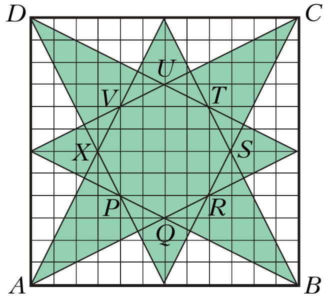

Рис. 5

треугольников и центрального квадрата площадью $16s$, так что площадь восьмиугольника равна $24s$. Поскольку площадь квадрата $ABCD$ равна $144s$, то искомое отношение площадей равно $\frac{24s}{144s}=\frac{1}{6}$.

Задача 3. *В параллелограмме ABCD точки E и F — середины сторон AB и AD соответственно, P и Q — середины отрезков EC и FC соответственно, O — точка пересечения диагоналей параллелограмма (рис. 6). Найдите отношение площадей четырехугольника OPCQ и пятиугольника EPOQF.*

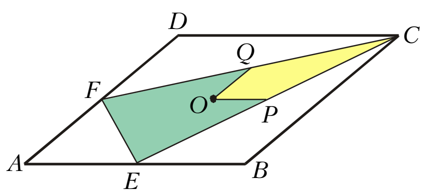

Рис. 6

Решение. Разделив каждую сторону параллелограмма на 4 равные части, проведем через полученные точки прямые, параллельные сторонам параллелограмма (рис. 7).

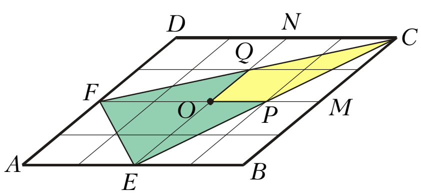

Рис. 7

Пусть площадь одного маленького параллелограмма — ячейки сетки — равна s. Тогда площадь параллелограмма $OMCN$ равна $4s$, а площадь каждого из треугольников PMC и QNC равна s. Отсюда площадь четырехугольника $OQCP$ равна $4s-2s=2s$. Аналогично определяем площадь пятиугольника $EPOQF$, она равна $4s$. Итак, искомое отношение равно $\frac{2s}{4s}=\frac{1}{2}$.

Задача 4. *Точки D, E и F равностороннего треугольника ABC принадлежат соответственно сторонам AB, BC и CA, причем* $DB=\frac{1}{3}AB$, $CE=\frac{1}{3}BC$, $FA=\frac{1}{3}AC$. *Отрезки AE, BF и CD пересекаются в точках K, L и M (рис.8). Во сколько раз площадь треугольника ABC больше треугольника KLM?*

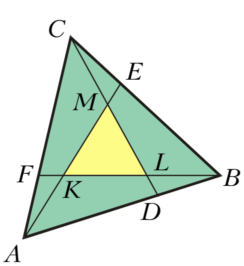

Рис. 8

Решение. Представим чертеж к задаче нарисованным на равномерной треугольной сетке (рис.9). Обозначим через s площадь треугольника KLM, тогда площадь треугольника ABK равна $2s$ (как половина площади параллелограмма $AGBK$). Аналогично, площади треугольников BCL и CAM тоже равны $2s$. Следовательно, площадь треугольника ABC равна $7s$, так что искомое отношение площадей равно 7.

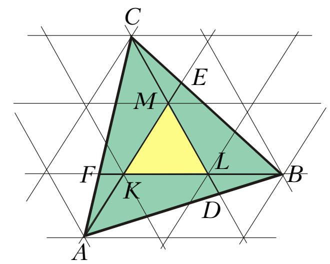

Рис. 9

Задача 5. *В выпуклом четырехугольнике ABCD точки P, Q, R, S являются серединами его сторон (рис.10). Во сколько раз площадь четырехугольника ABCD больше площади четырехугольника PQRS?*

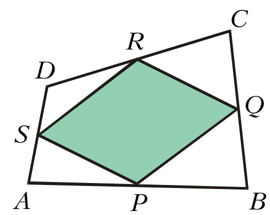

Рис. 10

Решение. Проведем параллельные линии сетки, как показано на рисунке 11. В данном случае сетка получилась неравномерная, но, тем не менее, с ее помощью можно поймать улов!

Так как площадь четырехугольника $XPQY$ равна половине площади треугольника ABC, а площадь четырехугольника $XYRS$ равна половине площади треугольника ACD, то площадь

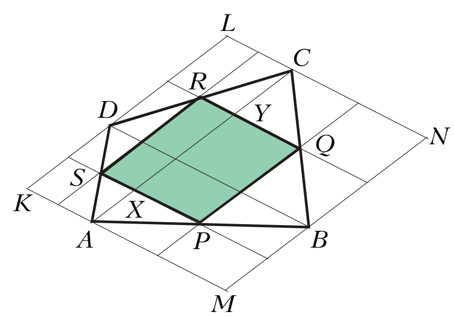

Рис. 11

четырехугольника $ABCD$ ровно вдвое больше площади четырехугольника $PQRS$.

Упражнения

1. В треугольнике ABC высота $CD=1$ делит сторону AB на отрезки $AD=2$ и $BD=3$. Чему равен угол ACB?

(Ответ: 135°.)

2. Точка K — середина стороны AB квадрата $ABCD$, точка L лежит на его диагонали AC, причем $CL:AL=1:3$. Докажите, что угол KLD прямой.

3. На сторонах AB и CD квадрата $ABCD$ взяты точки P и R так, что $AP:BP=CR:RD=1:2$. Обозначим через S точку пересечения отрезков AR и DP, а через Q — точку пересечения отрезков BR и CP. Какую часть квадрата перекрывает четырехугольник $PQRS$?

(Ответ: 2/9.)