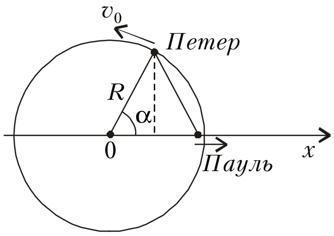
Ф1854. *Петер и Пауль неторопливо бегают по футбольному полю (кажется, где-то в Баварии), причем расстояние между ними все время равно 50 м. Петер с постоянной по величине скоростью 2 м/с бегает по кругу радиусом 50 м, а Пауль бежит по прямой, проходящей через центр этого круга. Найдите максимальные значения скорости и ускорения Пауля. Считайте, что подолгу он на одном месте не стоит.*



Координата Пауля (см. рисунок) равна

$$x = 2R\cos\alpha = 2R\cos\frac{v_0}{R}t .$$

Это самое обычное колебательное движение. Для него максимальная скорость равна

$$v_m = x_m\omega = 2R\omega = 2R\frac{v_0}{R} = 2v_0 = 2\cdot 2 \text{ м/с} = 4 \text{ м/с},$$

а максимальное ускорение составляет

$$a_m = v_m\omega = 2\frac{v_0^2}{R} = 0{,}16 \text{ м/с}^2 .$$

Если бы не условие, запрещающее Паулю «подолгу стоять на месте», возможно было бы еще одно «движение» – когда Пауль все время находится в центре круга.

А. Фанатов

Ф1855. *В системе на рисунке 1 все блоки невесомые, а нити невесомые и нерастяжимые. Считая массы всех грузов одинаковыми, найдите ускорения блоков. Свободные концы всех нитей вертикальны.*

Введем обозначения для сил натяжения нитей так, как это сделано на рисунке 2. Обозначим ускорение груза *4* (и блока, ось которого с ним связана) буквой a и направим его вниз (впрочем, направление этого ускорения можно выбрать произвольно). Тогда ускорение груза *3* будет направлено вниз и равно $2a$, груза *1* – вверх и равно $2a$ и, наконец, груза *2* – вверх и равно $0{,}5a$. Очевидно, что груз *5* не движется вовсе.

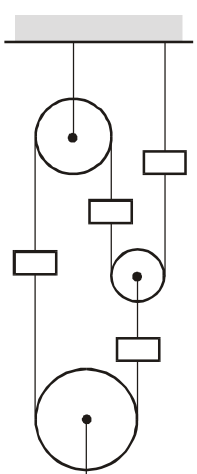


Рис. 1

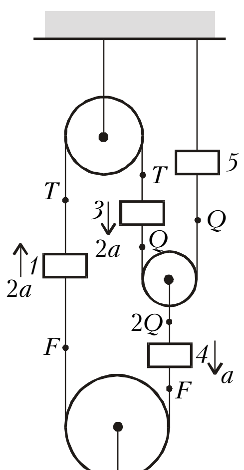


Рис. 2

Запишем уравнения движения для каждого груза:

$$T - F - mg = m\cdot 2a ,$$

$$2F - mg = m\cdot 0{,}5a ,$$

$$Q + mg - T = m\cdot 2a ,$$

$$F + mg - 2Q = m\cdot a .$$

Отсюда находим

$$a = \frac{g}{18{,}5} = \frac{2}{37}g .$$

Направление этого ускорения, а значит, и всех остальных мы угадали верно.

А. Блоков

Ф1856. *Из тонкой жесткой проволоки согнули угол 90°, одну из сторон угла закрепили в вертикальном положении, другую – в горизонтальном (рис.1). На каждую из сторон надели маленькую шайбу массой M и соединили шайбы легким стержнем длиной L. Вначале этот стержень почти вертикален, затем от малого толчка система приходит в движение. Найдите максимальные скорости каждой из шайб. Трение отсутствует.*

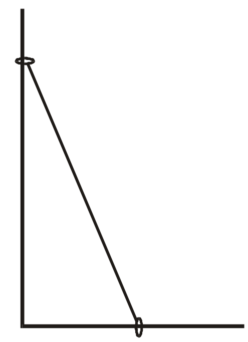


Рис. 1

Нижняя шайба вначале разгоняется, но к концу пути она должна остановиться; следовательно, где-то в промежуточном положении ее скорость будет максимальной. Запишем закон сохранения энергии (см. рис. 2):

$$\frac{Mv^2}{2} + \frac{Mu^2}{2} = MgL(1-\cos\alpha)$$

и соотношение между скоростями:

$$v\cos\alpha = u\sin\alpha .$$

Тогда получим

$$u^2\left(1+\operatorname{tg}^2\alpha\right) = 2gL(1-\cos\alpha),$$

или

$$u^2 = 2gL(1-\cos\alpha)\cos^2\alpha .$$

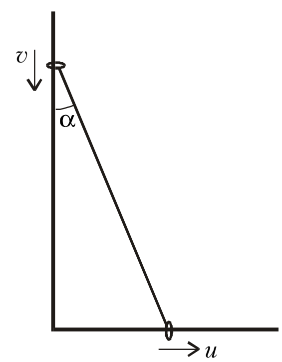


Рис. 2

Возьмем производную по углу и приравняем ее к нулю:

$$-2\cos\alpha_0\sin\alpha_0 + 3\cos^2\alpha_0\sin\alpha_0 = 0 .$$

Подходит только $\cos\alpha_0 = 2/3$, поэтому

$$u_m = u(\alpha_0) = \sqrt{\frac{8}{27}gL} \approx 0{,}55\sqrt{gL} .$$

Когда верхняя шайба почти достигнет своего положения внизу, скорость второй станет равной нулю, и вся энергия достанется верхней. В этот момент

$$v = v_m = \sqrt{2gL} \approx 1{,}41\sqrt{gL} .$$

Р. Александров

Ф1857. *По гладкому горизонтальному столу скользит шайба и налетает на точно такую же неподвиж-*