

ся тело, если натяжение нити перед обрывом было равно 35 Н?

**10.** Невесомый стержень, на концах которого закреплены грузы массами 1 кг и 3 кг, может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его середину. Стержень приводят в горизонтальное положение и отпускают. С какой силой стержень будет действовать на ось, проходя вертикальное положение?

**11.** Два диэлектрических шара радиусом 1 см каждый равномерно заряжены одинаковым зарядом 0,4 мкКл. В начальный момент один из шаров, массой 16 г, покоится, а другой, массой 8 г, издалека приближается к нему со скоростью 6 м/с. Найдите скорость первоначально покоившегося шара непосредственно перед соударением шаров. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9 \cdot 10^9$  м/Ф.

**12.** Грузик, подвешенный на пружине, вывели из положения равновесия и отпустили. Через сколько миллисекунд в первый раз кинетическая энергия грузика будет в 3 раза больше потенциальной энергии пружины? Период колебаний 1,2 с.

### Вариант 2

**1.** Камень, брошенный под углом к горизонту, достиг наибольшей высоты 5 м. Найдите полное время полета камня.

**2.** Конькобежец катил грузные санки по льду со скоростью 3 м/с, а затем толкнул их вперед и отпустил. С какой скоростью в (см/с) покатится конькобежец непосредственно после толчка, если скорость санок возросла до 6 м/с? Масса санок 60 кг, масса человека 80 кг. В ответе укажите модуль скорости.

**3.** Мяч массой 200 г, брошенный вертикально вверх со скоростью 40 м/с, упал на землю со скоростью 30 м/с. Определите работу силы сопротивления воздуха. В ответе укажите модуль полученной величины.

**4.** Какую горизонтальную силу надо приложить к телу массой 10 кг, чтобы оно находилось в равновесии на гладкой наклонной плоскости с углом наклона  $60^\circ$ ? *Указание:*  $\sqrt{3} = 1,72$ .

**5.** Какое количество теплоты (в кДж) надо сообщить 3 кг льда, взятого при  $-10^\circ\text{C}$ , чтобы полностью его растопить? Удельная теплоемкость льда 2100 Дж/(кг·К), удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

**6.** Какова полная мощность, развиваемая источником тока с внутренним сопротивлением 2 Ом при подключении к нему сопротивления 3 Ом, если падение напряжения на этом сопротивлении равно 9 В?

**7.** Маятник отклонили на 15 мм и отпустили. Какой путь (в см) пройдет маятник за 12 с, если период его колебаний 8 с?

**8.** Изображение предмета, помещенного перед собирающей линзой на расстоянии 100 см, получено по другую сторону линзы в натуральную величину. Во сколько раз увеличится размер изображения, если предмет передвинуть в сторону линзы на 40 см?

**9.** Тело поднимают вверх вдоль наклонной плоскости, прикладывая к нему горизонтальную силу, величина которой вдвое больше действующей на тело силы тяжести. Высота наклонной плоскости 3 м, ее длина 5 м. Найдите ускорение тела, если коэффициент трения равен 0,2.

**10.** Объем газа увеличили при постоянном давлении в 1,3 раза, после чего уменьшили его температуру при постоянном объеме, а затем изотермически уменьшили его объем до первоначального значения. Найдите первоначальную температуру газа (в  $^\circ\text{C}$ ), если максимальная температура газа в описанных процессах  $104^\circ\text{C}$ .

**11.** Две частицы имеют массу 1 г каждая и заряды 1 мкКл и  $-1$  мкКл. В начальный момент расстояние между частицами 3,2 м, одна из частиц покоится, а другая удаляется от нее со скоростью 3 м/с. Найдите максимальное расстояние между частицами в процессе движения. Коэффициент в законе Кулона равен  $k = 9 \cdot 10^9$  м/Ф.

**12.** Замкнутый контур образован двумя вертикальными рейками, между верхними концами которых включен источник тока с ЭДС 60 мВ и внутренним сопротивлением 1 мОм, а нижние концы замкнуты перемычкой, длина которой 10 см, а масса 10 г. Контур находится в перпендикулярном его плоскости однородном магнитном поле с индукцией 0,1 Тл. Когда перемычку освобождают, она начинает подниматься. Пренебрегая сопротивлениями реек и перемычки, а также трением, найдите ее установившуюся скорость.

*Публикацию подготовили Б.Писаревский, А.Черноуцан*

## Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

### МАТЕМАТИКА

#### Письменный экзамен

#### Вариант 1

(физико-механический факультет)

**1.** Упростите выражение

$$\frac{a^3 - a - 24}{a - 3} - \frac{a^3 + 6a - 7}{a - 1}.$$

**2.** Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2 - x$ .

**3.** Решите неравенство  $\arcsin x > -\pi/6$ .

**4.** Вычислите  $\log_{4-2\sqrt{3}}(\sqrt{3} - 1)$ .

**5.** Решите уравнение

$$x \log_5 15 = \log_5 (4 - 3^x) + x.$$

**6.** Решите уравнение  $\sqrt[3]{5^x} \cdot 3^{5-x} = 45$ .

**7.** Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{3 - |\log_3 x|}.$$

**8.** Найдите количество различных корней уравнения  $\sin(\pi x^2) = \sqrt{2}/2$  на промежутке  $[2; 3]$ .

**9.** Решите уравнение

$$2(x^2 - 1) = (x^2 + x)(|x| - 1).$$

**10.** Решите неравенство  $|x + 3|^{x-6} \geq 1$ .

**11.** Второй член убывающей геометрической прогрессии равен 192, а ее четвертый член равен 48. Сколько членов данной прогрессии являются двузначными натуральными числами?

**12.** Решите неравенство  $5\sqrt{x^2 - 4|x| + 4} \leq 2(4 - x^2)$ .

**13.** Найдите третий член арифметической прогрессии, если для любого натурального числа  $n$  справедливо равенство  $S_{n+3} - S_n = 24n + 39$ , где  $S_n$  — сумма первых  $n$  членов прогрессии.

**14.** Для скольких натуральных чисел  $n$  число  $n/(n+6)$  лежит в промежутке  $[1/3; 1/2]$ ?

**15.** Найдите корни уравнения  $|\sin x| + \sin|x| = 0$  на промежутке  $[-\pi/2; 3\pi/2]$ .

**16.** Решите неравенство  $(x+2) \cdot 3^x < (x+2) \cdot 9^{3-x}$ .

**17.** Диагонали трапеции  $ABCD$  делятся в отношении 1 : 4 их точкой пересечения  $O$ . Большее основание трапеции  $BC$