

Московский государственный институт
электронной техники
(технический университет)

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Решите уравнение

$$\frac{x+1}{x+2} + \frac{2}{x^2+6x+8} = \frac{2}{x+4}.$$

2. Вычислите

$$\left(\frac{1 + \operatorname{tg}^2(3\pi/8)}{1 - \operatorname{tg}^2(3\pi/8)} \right)^2.$$

3. Вычислите

$$\frac{4}{\log_2 144} - \log_{\sqrt{12}} 2.$$

4. Решите уравнение

$$\sin \frac{\pi+x}{2} = \cos(\pi+x) - 1.$$

5. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 34, а катеты относятся как 8 : 15. Найдите радиус вписанной окружности.

6. Сколько надо взять 5%-го и 25%-го раствора кислоты, чтобы получить 4 литра 10%-го раствора?

7. Решите неравенство

$$\frac{1}{|x-9|} \leq \frac{x-3}{4x-11}.$$

8. Решите неравенство

$$\log_{1/2}(\sqrt{5-x} - x + 1) > -3.$$

9. При каких значениях параметра
- a
- функция

$$f(x) = \frac{1}{2^x + a} + \frac{1}{2}$$

является нечетной?

10. Через сторону CD основания правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ и центр вписанного в нее шара проведена плоскость. В каком отношении эта плоскость делит площадь боковой грани SAB , если боковое ребро пирамиды в 1,5 раза больше стороны основания?

11. Найдите все пары целых чисел, удовлетворяющих уравнению

$$6x^2y + 4x^2 - 5xy - 8x + y + 3 = 0.$$

Вариант 2

1. Найдите область определения функции

$$y = \sqrt{16-x} \log_3(x^2 - 5x + 6).$$

2. Вычислите

$$\left((\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{27})^2 + 7 \right) \left((\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{27})^2 - 7 \right).$$

3. Найдите первый член арифметической прогрессии, у которой сумма первого и пятого членов равна 22, а произведение второго и третьего равно 66.

4. На поверхности шара, объем которого равен $256\pi/3$, расположены две окружности радиуса $2\sqrt{3}$, касающиеся друг друга. Найдите угол между плоскостями, содержащими данные окружности.

5. Решите уравнение

$$\log_{0,1} \frac{2x+5}{1+2x} - \lg \frac{1+3x}{x+7} = 0.$$

6. Решите уравнение

$$\sin x \cos 5x = \sin 9x \cos 3x.$$

7. Постройте график функции

$$y = \sin |x| - |\cos(x - 3\pi/2)|.$$

8. Основание AB равнобедренного треугольника ABC равно $4\sqrt{3}$, а медиана AD равна $2\sqrt{7}$. Построен круг радиуса CD с центром в вершине C треугольника. Определите отношение площади общей части треугольника и круга к площади треугольника.

9. Решите неравенство

$$\frac{1}{\sqrt{8-x}} - \frac{1}{\sqrt{2x+1}} > \frac{1}{\sqrt{8+15x-x^2}}.$$

10. В два сосуда налиты различные растворы соли, причем в первый сосуд налито 5 кг, а во второй – 20 кг. При испарении воды процентное содержание соли в первом сосуде увеличилось в p раз, а во втором сосуде – в q раз. О числах p и q известно только, что $pq = 9$. Какое наибольшее количество воды могло испариться из обоих сосудов вместе?

11. Найдите наибольшее значение выражения $x + 3y$, если пары чисел x и y удовлетворяют неравенству

$$x^2 + xy + 4y^2 \leq 6.$$

ФИЗИКА

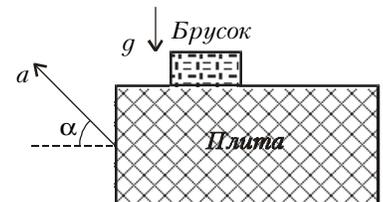
Письменный экзамен

Вариант 1

1. Легковой автомобиль движется прямолинейно со скоростью $v_1 = 72$ км/ч за грузовиком, скорость которого $v_2 = 54$ км/ч. Когда расстояние между автомобилями составило $L = 15$ м, легковой автомобиль начал тормозить с ускорением $a = 2,5$ м/с² и остановился. Найдите минимальное расстояние L_{\min} между автомобилями при их движении.

2. На неподвижной горизонтально расположенной плите покоится брусок. Плиту начинают двигать поступательно с ускорением a под углом α вверх к горизонту (рис.1). При каком коэффициенте трения μ между бруском и плитой оба тела будут двигаться как единое целое? Ускорение свободного падения равно g .

Рис. 1



3. По двум непроводящим параллельным стержням могут скользить две разноименно заряженные бусинки, имеющие массы $m_1 = 0,2$ г и $m_2 = 0,4$ г. Сначала бусинки удерживают на некотором расстоянии друг от друга, а затем отпускают. Известно, что максимальная скорость первой бусинки $v_1 = 2$ м/с. Чему равна максимальная скорость v_2 второй бусинки? Трением и силой тяжести пренебречь.

4. В баллон, содержащий $m = 1$ кг кислорода, добавили $N = 3 \cdot 10^{25}$ молекул водорода. Во сколько раз n увеличи-