где $C_V = 3R/2$ – молярная теплоемкость гелия при постоянном объеме, p_2 – давление газа в изобарическом процессе *2–3*. Отсюда, с учетом соотношений $p_2V_3 = RT_3$ и $p_2V_2 = RT_2$, получим

$$T_2 - T_3 = \frac{Q}{C_V + R} = \frac{2}{5}\frac{Q}{R}.$$

На изохорическом участке *3–1* работа газом не совершается, а увеличение внутренней энергии газа происходит за счет подвода тепла:

$$Q_{31} = C_V\left(T_1 - T_3\right) = C_V\left(\left(T_1 - T_2\right) + \left(T_2 - T_3\right)\right) =$$
$$= C_V\left(\Delta T + \frac{2}{5}\frac{Q}{R}\right) = \frac{3}{2}R\Delta T + \frac{3}{5}Q.$$

Работа, совершаемая молем газа в заданном цикле, равна

$$A = Q_{31} - Q = \frac{3}{2}R\Delta T - \frac{2}{5}Q.$$

Задача 4. *Газообразный гелий находится в цилиндре под подвижным поршнем. Газ нагревают при постоянном давлении, переводя его из состояния 1 в состояние 2 (рис.4). При этом газ совершает работу* A_{12}. *Затем газ сжимается в процессе 2–3, когда его давление p прямо пропорционально объему V. При этом над газом совершается работа* A_{23} ($A_{23} > 0$). *Наконец, газ сжимается в адиабатическом процессе 3–1, возвращаясь в первоначальное состояние. Найдите работу сжатия* A_{31}, *совершенную над газом в адиабатическом процессе.*

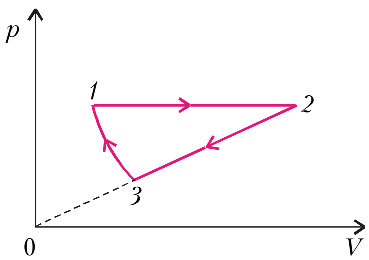

Рис. 4

Обозначим температуру гелия в состояниях *1* и *2* через T_1 и T_2, а объемы газа – через V_1 и V_2. Пусть давление на изобаре *1–2* равно p_1, тогда работа, совершенная газом в этом процессе, будет равна

$$A_{12} = p_1\left(V_2 - V_1\right) = \nu R\left(T_2 - T_1\right),$$

где ν – число молей гелия.

Работу, совершенную над газом на участке *2–3*, можно записать в виде

$$A_{23} = \frac{p_2 + p_3}{2}\left(V_2 - V_3\right) = \frac{p_2V_2 + p_3V_2 - p_2V_3 - p_3V_3}{2},$$

где V_2, p_2 – объем и давление газа в состоянии *2*, а V_3, p_3 – объем и давление в состоянии *3*. На pV-диаграмме точки *2* и *3* лежат на прямой, проходящей через начало координат, следовательно,

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{V_2}{V_3}, \text{ или } p_3V_2 - p_2V_3 = 0.$$

С учетом этого соотношения выражение для работы A_{23} приобретает вид

$$A_{23} = \frac{p_2V_2 - p_3V_3}{2} = \frac{\nu R\left(T_2 - T_3\right)}{2},$$

где T_3 – температура гелия в состоянии *3*.

Работа сжатия на адиабате *3–1* равна изменению внутренней энергии гелия:

$$A_{31} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_1 - T_3\right).$$

Найдем разность температур $T_1 - T_3$. Для этого перепишем выражения для A_{12} и A_{23} в виде

$$T_2 - T_1 = \frac{A_{12}}{\nu R}, \quad T_2 - T_3 = \frac{2A_{23}}{\nu R},$$

откуда

$$T_1 - T_3 = \frac{2A_{23} - A_{12}}{\nu R}.$$

Тогда окончательно

$$A_{31} = \frac{3}{2}\nu R\left(T_1 - T_3\right) = \frac{3}{2}\left(2A_{23} - A_{12}\right).$$

Задача 5. *КПД тепловой машины, работающей по циклу, состоящему из изотермы 1–2, изохоры 2–3 и адиабатического процесса 3–1 (рис.5), равен* η, *а разность максимальной и минимальной температур газа в цикле равна* ΔT. *Найдите работу, совершенную* ν *молями одноатомного идеального газа в изотермическом процессе.*

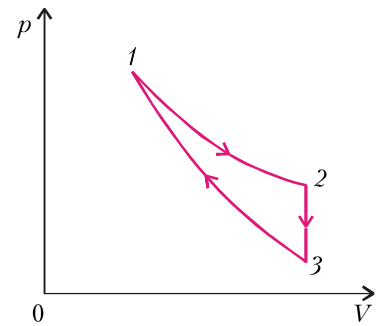

Рис. 5

Нам задан КПД цикла, поэтому сначала разберемся, на каких участках цикла тепло подводится к идеальному газу, а на каких отводится. На изотермическом участке *1–2* газ совершает работу (происходит увеличение объема), а поскольку внутренняя энергия газа не изменяется, то работа газа происходит за счет подвода тепла. Обозначим подведенное количество теплоты через Q_1. На изохоре *2–3* при постоянном объеме происходит падение давления. Очевидно, что это осуществляется за счет уменьшения температуры газа, и в этом случае тепло отводится от газа. Обозначим отведенное количество теплоты через Q_2. На адиабатическом участке *3–1* тепло не отводится и не подводится, а с уменьшением объема над газом совершается работа, и его температура растет. Следовательно, в точке *3* газ имеет наименьшую температуру T_{min}, а максимальная температура T_{max} газа была на изотерме *1–2*. Таким образом,

$$T_{max} - T_{min} = \Delta T.$$

По определению, КПД замкнутого цикла равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

На изотермическом участке *1–2* подведенное количество теплоты равно искомой работе, совершенной газом:

$$Q_1 = A.$$

Тепло, отведенное на участке *2–3*, очевидно, равно изменению внутренней энергии газа, взятому с противоположным знаком:

$$Q_2 = \frac{3}{2}\nu R\left(T_{max} - T_{min}\right) = \frac{3}{2}\nu R\Delta T.$$

После подстановки Q_1 и Q_2 в выражение для КПД получим

$$\eta = 1 - \frac{3}{2}\frac{\nu R\Delta T}{A}.$$

Отсюда

$$A = \frac{3\nu R\Delta T}{2\left(1 - \eta\right)}.$$

(Окончание см. на с. 34)