для выполнения всех просьб. Действительно, среди них вполне могло оказаться $m_1 + \ldots + m_p + m_{p+1} - 1$ колпаков одного цвета, а колпаков остальных цветов – по $m_{p+1} - 1$ штук каждого. Ясно, что в этом случае выполнить одновременно просьбы первых $p+1$ гномов невозможно. Поэтому Белоснежке придется еще раз сходить в чулан. Если обозначить через $[x]$ наибольшее целое число, не превосходящее число x, то ответ в задаче можно записать в виде

$$M = \max_{t=1,2,\ldots,N-1}\left[\frac{m_1 + m_2 + \ldots + m_t}{m_1 - m_{t+1}}\right].$$

Замечание 1. Отметим, что в условии задачи 3 требование $m_2 \ge m_3 \ge \ldots \ge m_N$ не является существенным. Если оно не выполняется, то всех гномов, кроме первого, сначала нужно перенумеровать так, чтобы эти неравенства выполнялись.

Замечание 2. Существенным является условие, что первый гном попросил колпаков больше, чем каждый из остальных гномов, т.е. $m_1 > m_k$, $k = 2, \ldots, N$. Если допустить для какого-то j-го гнома справедливость неравенства $m_j \ge m_1$, то легко показать, что в таком случае число различных цветов может быть произвольно большим.

Замечание 3. В формулировке задачи, помещенной в Конкурсе «Математика 6–8», были выбраны значения $N = 7$, $m_1 = 10$, $m_2 = 9$, ..., $m_7 = 4$. Нетрудно посчитать, что в этом случае $M = 9$.

Тем юным читателям журнала, которым показалось, что в задаче 3 ответ всегда существенно зависит от числа гномов или от количества попрошенных колпаков (и, конечно, всем остальным), в качестве упражнения предлагается решить следующую задачу.

Задача 4. *В темном чулане гномы вперемешку хранят колпаки разных цветов, причем колпаков каждого цвета поровну. Проснувшись как-то утром, первый гном попросил принести m колпаков одного цвета. Белоснежка сходила в чулан и отсчитала в темноте наугад столько колпаков, чтобы их наверняка хватило выполнить его просьбу. Но тут проснулись остальные гномы, и второй гном тоже попросил колпаки одного цвета, третий тоже попросил колпаки одного цвета, и так далее, вплоть до последнего гнома, который тоже попросил колпаки одного цвета. Известно, что а) каждый гном просил колпаков меньше, чем предыдущий; б) отношение запроса второго гнома к запросу первого равнялось p ($0 < p < 1$), а отношение запроса каждого следующего гнома к запросу предыдущего не превосходило p. Чтобы выполнить просьбы всех гномов, Белоснежка вынуждена была еще раз сходить в чулан за колпаками. Какое наибольшее количество цветов могли иметь колпаки, хранящиеся в чулане?*

(Ответ: а) $m - 1$; б) $-\left[\frac{p}{p-1}\right]$.)

Много интересных и логически не простых задач на эту тему можно найти в книгах: Д.Бизам, Я.Герцег. «Многоцветная логика» (М.: Мир, 1978, часть V – «Возьмем не глядя!»); И.Ф.Шарыгин, А.В.Шевкин. «Задачи на смекалку» (М.: Просвещение, 1995, раздел 8 – «В худшем случае»).

ПРАКТИКУМ АБИТУРИЕНТА

Термодинамика круговых процессов

В.МОЖАЕВ

В этой статье мы будем рассматривать круговые процессы, совершаемые так называемым рабочим веществом, в нашем случае – идеальным газом. При этом рабочее тело на разных этапах участвует в различных квазистатических процессах, переходя из одного равновесного состояния в другое, и в конечном итоге возвращается в исходное состояние.

Устройство, в котором круговой процесс, изображенный на pV-диаграмме, идет по часовой стрелке, называют тепловой машиной. Поскольку изменение внутренней энергии при круговом процессе равно нулю (внутренняя энергия является функцией состояния), алгебраическая сумма количеств теплоты, подводимых к рабочему телу, равна работе, совершаемой рабочим телом за цикл. Если суммарное подводимое к рабочему веществу количество теплоты обозначить через Q_1, а через Q_2 обозначить суммарное отводимое количество теплоты, то очевидно, что работа, совершенная рабочим веществом, равна

$$A = Q_1 - Q_2 .$$

Эффективность работы тепловой машины принято характеризовать коэффициентом полезного действия:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} .$$

Поскольку в случае тепловой машины $Q_1 > Q_2$, то $\eta < 1$.

Если круговой процесс происходит в обратном направлении, т.е. в случае холодильной машины, тепловые потоки изменяют свои направления: там, где раньше рабочее тело отдавало тепло, теперь получает его от внешнего резервуара, а там, где получало, теперь отдает тепло. Таким образом, уже не рабочее тело совершает работу, равную разности подводимых и отводимых количеств теплоты, а за счет внешней работы, совершаемой над рабочим веществом, тепло, отбираемое от внешнего тела с меньшей температурой (холодиль-