«...О приятном рассмотрении криволинейных фигур»

А.ВАСИЛЬЕВ

Великий немецкий ученый Готфрид Вильгельм Лейбниц – одна из наиболее ярких фигур в истории мировой науки. Его вклад в развитие идей современной математики получил всеобщее признание. Наряду с Ньютоном Лейбниц делит славу открытия анализа бесконечно малых величин, является создателем дифференциального и интегрального исчислений, причем сами эти термины введены Лейбницем, им же предложена и символика для обозначения дифференциалов и интегралов.

Но деятельность Лейбница не ограничивалась только математикой. Он внес значительный вклад в развитие механики и физики, являлся одним из крупнейших философов нового времени, занимался логикой, юриспруденцией, историей и теологией, выдвинул ценные идеи в геологии, языкознании и психологии, был причастен к горному, монетному и библиотечному делу, изобретал различные устройства, в том числе счетную машину, был публицистом, политиком и дипломатом, организовывал академии наук, ставил химические опыты и интересовался медициной. Не везде он достиг таких вершин, как в философии или математике, но то, что им сделано, сохраняет и по сей день непреходящий интерес.

Лейбниц родился 21 июня (3 июля по новому стилю) 1646 года в семье профессора морали Лейпцигского университета. В 15 лет он поступил на юридический факультет того же университета и в 1666 году окончил его, проучившись, кроме того, один семестр в Йене у знаменитого тогда немецкого математика Я.Вейгеля. По возвращении из Йены Лейбниц получил звание магистра философии, а затем бакалавра юриспруденции, что означало окончательное овладение специальностью юриста. Но Лейбниц хотел пойти дальше. В юриспруденции он увидел пункты соприкосновения с математикой и логикой.

Уехав в 1666 году в Нюрнберг, Лейбниц становится доктором права, одновременно увлекаясь алхимией. Затем, уже в Майнце, он выступает с первыми самостоятельными работами в области естествознания, где излагает свои представления о телах, их свойствах, пространстве и времени, о движении и силах и начинает работать над счетной машиной.

В 26 лет Лейбниц переселяется в Париж. Здесь он лично знакомится с известными французскими учеными, в том числе с Х.Гюйгенсом, здесь начинается наиболее активный и плодотворный период его математического творчества. Гюйгенс знакомит Лейбница с работами Декарта, Галилея, Торричелли, Паскаля. Во время поездки в Лондон в 1672 году Лейбниц знакомится с английскими математиками, встречается с Ньютоном, становится членом Лондонского Королевского общества. В парижский период у Лейбница сформировались основные идеи дифференциального и интегрального исчислений. К этому открытию Лейбниц был подготовлен знанием того, что было сделано его предшественниками в течение столетия, его собственными результатами и тем сочетанием проницательности, изобретательности и стремления к обобщениям, которое было характерно для его мышления.

Не прибегая к математической символике, открытие Лейбница можно описать следующим образом. Два широких класса задач были предметом исследования математиков XVII века. Один из них составлял так называемые квадратуры – задачи на вычисление площадей фигур со сложными криволинейными границами («криволинейных фигур»), а также объемов и положений центров тяжестей таких тел. Общим во всех этих задачах было то, что их можно было решать по единому плану: сначала, как при приближенном вычислении площади криволинейной фигуры, составлять сумму конечного числа легко вычисляемых слагаемых, затем увеличивать число слагаемых до бесконечности и таким образом, если удается, находить точный результат. Методы вычисления квадратур предлагались разные, они были приспособлены для решения определенного круга задач или сводились к приему, обеспечивающему успех только в некоторых случаях. При этом высоко ценили именно частные методы, а стремление выявить то общее, что было в этих методах, отнюдь не преобладало. К тому же не было достаточной системы понятий и обозначений, чтобы удобным образом выразить и математически записать это общее.

Другой класс задач – это задачи на проведение касательных. Чтобы дать правило построения касательной к заданной кривой в определенной точке, надо указать направление касательной. Для окружности, как известно, этот вопрос решается весьма просто, потому что касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания. Для некоторых кривых их геометрические свойства тоже позволяют дать удобное правило для построения касательной. В общем случае касательную получают как предельное положение секущей, проведенной через две точки кривой. При этом одну из точек пересечения кривой приближают ко второй, неподвижной; секущая как бы вращается вокруг неподвижной точки, превращаясь, при слиянии обеих точек, в касательную. Следить надо за углом, который секущая образует с фиксированным направлением (осью Ox), он определяет направление секущей. Вычислять этот угол удобно по его тангенсу, а тангенс находится по отношению разностей координат Δy и Δx рассматриваемых точек. Когда подвижная точка перемещается по кривой, каждый из этих отрезков неограниченно уменьшается, но их отношение $\Delta y/\Delta x$ при этом приближается к определенному значению – тангенсу угла касательной с направлением Ox. Задание кривой означает задание зависимости между абсциссой и ординатой ее точек. Таким образом, в общем случае для проведения касательной надо уметь вычислять, во что превратится отношение $\Delta y/\Delta x$, когда Δx стремится к нулю и, вследствие этого, Δy тоже стремится к нулю.

К этой общей схеме сводится не только проведение касательных к кривым линиям, но и решение ряда других вопросов, например определения скоростей в механике, нахождения наибольших и наименьших значений изменяющихся величин и т.п. Все это знали в XVII веке и до Ньютона и Лейбница, умели решать до конца многие задачи этого класса, дошли до понимания того общего, что есть в них, но опять-таки еще не нашли системы понятий и обозначений для этого общего. Предшественниками Лейбница даже была установлена связь между обоими классами задач, но это еще не послужило основанием для объединения методов решения задач обоих классов в нечто единое.

Открытие Лейбница состояло в том, что он сумел восполнить все указанные пробелы в математическом анализе XVII века. Он дал общие схемы решения задач на квадратуры и касательные, введя таким образом в качестве самостоятельных операций то, что теперь называют интегрированием и дифференцированием. Он показал в достаточно общем виде связь между этими двумя операциями – то, что одна из них является обратной по отношению к другой. Идя от общего к частному, он установил правила для дифференцирования и интегрирования, вобравшие в себя те приемы и методы, которые были даны до него. Он придумал целесообразные обозначения для введенных им операций, которыми пользуются и поныне. Он стал, таким образом, создателем дифференциального и интегрального исчислений. Несколько позже их объединили под названием анализа бесконечно малых. Лейбниц смог почти сразу показать, что новые исчисления не только проще приводят к известным результатам, но и облегчают получение новых.

Попутно Лейбниц пришел к уточнению и расширению такого важного научного понятия, как функция (функциональная зависимость). Он же ввел термины «алгебраический» и «трансцендентный» (для описания кривых, уравнения которых в декартовых координатах не могут быть записаны в алгебраической форме; таковы, например, графики тригонометрических функций). Этими терминами математики пользуются до сих пор.

Позже, в 1690-х годах, Лейбниц посвятил немало сил отстаиванию своего приоритета в создании дифференциального и интегрального исчислений, так как алгоритм анализа бесконечно малых почти на 10 лет раньше Лейбница разработал Ньютон, но он опубликовал свое открытие много позже Лейбница. Ныне можно считать бесспорно установленной полную независимость открытия Лейбница от исследований Ньютона.

Лейбницем были получены разнообразные новые результаты. Некоторые из них относятся к технике дифференцирования – нахождение дифференциалов различных рациональных и иррациональных алгебраических функций, синуса и арксинуса, логарифма и пр., а также формула для дифференциала любого порядка от произ-

ведения функций. Другая группа результатов Лейбница относится к дифференциальной геометрии – введение огибающей семейства плоских кривых, зависящих от некоторого параметра. Третью группу достижений Лейбница объединяют результаты по интегральному исчислению.

В силу особенности характера, Лейбниц не мог подолгу заниматься только одним делом. Так, помимо математики он увлекался механикой – в частности, искал и, пусть в несовершенной форме, нашел один из основных законов сохранения, подошел к формулировке первого вариационного принципа механики. В результате знакомства с современными ему физическими исследованиями он стал приверженцем эксперимента, заявив в одном из писем своего парижского периода, что его «манера» исследования физических вопросов прежде всего требует составления «каталога» необходимых опытов. И в публикациях, и в переписке, и в рукописях Лейбниц разбросал немало замечательных идей, коснувшись едва ли не всех проблем механики и физики своего времени.

Одновременно с научными занятиями Лейбниц почти 40 лет жизни провел на службе у ганноверских герцогов в должностях придворного советника, заведующего библиотекой, историографа. Им написана история германских герцогств с замечательным предисловием о прошлом Земли — горообразовании, появлении морей и океанов. Для сбора исторических материалов Лейбниц совершил длительное (1687—1690) путешествие по южной Германии, Австрии и Италии. В Торгау Лейбниц познакомился с Петром I. Эта и две последующие встречи породили оживленную переписку между Петром и Лейбницем по самым разным вопросам общественной жизни, науки и политики. Петр даже принял Лейбница на русскую службу в звании тайного советника юстиции.

Скончался Лейбниц в 1716 году и похоронен на ганноверском кладбище. Он вошел в историю науки как человек большого масштаба и разнообразных дарований.