

Об абстракции в физике

М. КАГАНОВ

Понятие плоской волны, подобно многим физическим понятиям, есть не больше как абстракция, которую мы можем осуществить лишь с известной степенью точности. Тем не менее это – полезное понятие.

А.Эйнштейн, Л.Инфельд. Эволюция физики

Введение

Достижения современной физики огромны. Они дают возможность непротиворечиво описать свойства элементарных частиц и твердых тел, плазмы и нейтронных звезд, сверхпроводников и солнечного вещества. Появилась надежда построить сценарий развития Вселенной от Большого взрыва до наших дней. Хотя познанное пространство огромно, нас не покидает ощущение, что и теперь мы стоим на берегу океана незнания. Или, в лучшем случае, чуть переступили через береговую черту, если сравнивать наше время с теми далекими временами, когда Ньютон использовал этот образ. Впереди – новые неожиданные открытия. То, что движение от незнания к знанию, похоже, бесконечно, не приводит в уныние, а воодушевляет. Этому способствует преемственность: новое знание не отменяет старое. Новые открытия не требуют зачеркнуть созданную картину Мира, а расширяют ее и совершенствуют.

Можно представить себе огромное строительство. Вырастают новые этажи. Одновременно на всех этажах строящегося здания идет работа. Улучшают отдельные детали, иногда перестраивают этаж-другой. Тех, кто внимательно следит за строительством, особенно интересует, что происходит на уровне фунда-

мента. Они испытывают волнение, когда выясняется, что фундамент требует усовершенствования. Особенно остро воспринимается необходимость строительства нового, более глубокого этажа. Проходит некоторое время, у фундамента появляется новый этаж, волновавшиеся привыкают. На верхних этажах продолжается совершенствование постройки. Многие строители попросту не заметили изменений, происшедших с фундаментом. Конструкция такова, что строительство одного этажа почти не зависит от происходящего на других. Никто не может предсказать, какой этаж потребует в ближайшее время концентрации усилий. Строительство идет, повинаясь скрытому от строителей плану. Вспоминают прошедшие этапы строительства, и возникает впечатление, что удалось уловить черты плана – плана, по которому веками осуществлялось строительство. Но попытка руководствоваться старым планом для продолжения строительства, как правило, ни к чему хорошему не приводит.

В сравнении истории физики со строительством есть некое лукавство. Собственно говоря, что строят физики? Мир, который изучают физики, существует вне зависимости от того, изучают его или нет. Мы в этом уверены. Но... Давайте мир, который мы непосредственно ощущаем, которым часто любимся или который мысленно проклинаяем, когда он оборачивается своей неприглядной стороной, сравним с тем миром, который различается за строгими законами, формулируемыми на страницах учебника физики, который описывается изящными уравнениями, допускающими не менее изящные решения. Думаю, возник у вас крамольный вопрос: «Какое отношение к реальному миру имеет мир физики, а впрочем, и любой другой науки?»

Строгость, порядок, красоту привнесли в Мир художники и ученые-естествоиспытатели. Правда, «привнесли» – неточное слово. Обнаружили, обратили внимание, подчеркнули, показали. И именно тем привнесли.

Превращение беспорядочного, неорганизованного, чувственного мира в гармоничный мир, упорядоченный пониманием, – заслуга науки. Среди средств, используемых для гармонизации, важное место зани-

Один из наших любимых и давних авторов, замечательный физик М.И. Каганов закончил работу над новой книгой. Она называется «Беседы об абстракции в физике и математике». Часть книги, посвященную физике, написал сам Моисей Исаакович, а другую часть, о математике, написал его друг и давний соавтор Г.Я.Любарский.

М.И.Каганов уже много лет живет в далеком городе Бостоне. Несмотря на это, он продолжает дружить с нашим журналом и нашими читателями. Посмотрев журналы «Квант» за последние годы, вы найдете не одну его статью. Каждую из них мы читали и публиковали с радостью и удовольствием.

С такими же чувствами мы представляем здесь несколько отрывков из новой книги М.И.Каганова и надеемся, что скоро книга выйдет в свет и вы сможете прочитать ее целиком.

мает абстракция. Хочется верить, что нам удастся показать это на нескольких примерах из разных областей физики.

Элементарные частицы

Научное и бытовое словоупотребления часто не совпадают. «Словарь русского языка» под редакцией С.И.Ожегова (М.: Русский язык, 1975) предлагает пять разных смысловых значений для прилагательного «элементарный». Строго говоря, ни одно из них не соответствует тому значению, которое несет на себе слово «элементарные» в заглавии раздела. Для контраста сравните два выражения: элементарная математика и элементарные частицы. Между прочим, в физике элементарных частиц используется весьма сложная, современная, отнюдь неэлементарная математика.

Частицы, из которых состоит все, что нас окружает: весь вещный мир, все предметы, биологические объекты, а также другие планеты Солнечной системы и далекие звезды, — это молекулы, атомы, электроны, протоны, нейтроны... Многоточие здесь не для красоты, а для того, чтобы подчеркнуть — мы перечислили отнюдь не все, что имеет право претендовать на звание структурной единицы материи. Например, нами не упомянуты кварки.

Обилие «кирпичей мироздания» несколько настораживает. Возникает естественный вопрос: «Как считать,

из чего состоит Мир? Из чего состоим мы сами?» Химия отвечает: из молекул и атомов. Физика идет глубже: из протонов, нейтронов и электронов. А современная физика элементарных частиц выяснила, что протоны и нейтроны состоят из кварков. Значит, химия и «вчерашняя» физика неправы? А физика элементарных частиц, отменив устаревшие ответы, дает новый, единственно правильный ответ? Нет, конечно, нет! В каком-то смысле все правы.

В политике один из руководящих принципов: «Разделяй и властвуй!» В науке на всем ее пути развития важную роль играл принцип, лишь частично совпадающий с принципом политиков: «Разделяй и познавай!» Такой подход можно назвать методом осколков. Разделил на составные части, исследовал то, на что разделил, и узнал, из чего состоит... Но все прекрасно понимают, что характер осколков существенно зависит от приложенных усилий. Интересно, что кому вспоминается: разбитая посуда или конструктор? Таким образом, понятие «составная часть», в какой-то мере совпадающее с понятием «элементарная частица» (но ему не тождественное!), зависит от нас, от того, сколько усилий мы готовы потратить на разборку.

Вещества при испарении самостоятельно, под воздействием температуры, разлагаются на молекулы. Химия знает множество способов разлагать молекулы на атомы. Наименование «атом» (от греч. *átomos* —



неделимый) зафиксировало античное неумение разлагать атомы на составные части. Атомная физика позволила исследовать структуру атома. Выяснилось, что атом – сложная система: масса сосредоточена в ядре, вокруг которого вращаются электроны. Ядерная физика не только установила, что и ядра – сложные системы, состоящие из протонов и нейтронов, но и научилась расщеплять атомные ядра. Осуществилась мечта алхимиков о превращении одного элемента в другой.

Расщеплять атомные ядра – непростая задача. Ее решение потребовало строительства гигантских ускорителей, хотя некоторые ядра разделяются сравнительно легко: например, под действием медленных нейтронов. Такая реакция энергетически выгодна, она легла в основу действия атомной бомбы и атомного реактора.

Проникновение в глубь нуклонов (протона, нейтрона) – совсем сложная задача. Она была решена лишь во второй половине XX века. Изучая структуру нуклонов, физики натолкнулись на загадочную, не имеющую прецедентов ситуацию: нуклон структуру имеет, а не делится. Кварки, из которых состоят нуклоны, не наблюдаются в свободном состоянии. Похоже, сегодня нет общей точки зрения, причислять кварки к элементарным частицам или нет.

Последние два абзаца могут привести к мысли, что выбор структурных единиц и элементарных частиц целиком определяется научным содружеством. Большая доля истины в этом есть. Но, как всегда, введение термина фиксирует объективные свойства того, что мы изучаем, в данном случае – свойства микроскопических частиц и их конгломератов.

Важно понять, что термины «структурная единица» и «элементарная частица» не совпадают.

Последнее издание «Физической энциклопедии» фиксирует несколько сот частиц, которым присвоен титул «элементарная». Это электроны, позитроны, нейтрино, мезоны, нуклоны и многие другие частицы. Там же детально описана кварковая структура многих из них, что, казалось бы, противоречит понятию элементарности.

Еще полвека назад элементарных частиц было гораздо меньше. Обилие элементарных частиц породило потребность попытаться проникнуть в глубь элементарных частиц. Именно таким образом были открыты кварки. Бесконечный это процесс или в конце концов будут открыты истинно элементарные частицы, думаю, никто сказать не может. Признаться, мне хочется верить, что процесс дробления имеет естественный предел. Возможно, невылет кварков – первое свидетельство того, что предел существует.

Ответ на вопрос: «Из чего состоит данное тело?» определяется выбором структурной единицы микроскопической системы. Выбор в большой мере зависит от того, какую задачу ставит перед собой исследователь.

Для исследователя естественно желание объяснить наблюдаемое явление. Но в разное время под объяснением понимали разное. Сейчас, если речь идет об

объяснении (понимании) какого-либо свойства макроскопического тела, объяснение строится обычно следующим образом: прежде всего выясняют, из каких микроскопических частиц состоит тело, как движутся частицы, из которых тело состоит, и наконец устанавливают, какое конкретное движение частиц соответствует интересующему нас свойству. Не должно вызывать удивления, что для объяснения разных свойств тел приходится по-разному углубляться в строение вещества. Свойство диктует необходимую глубину проникновения и тем самым определяет, какие частицы могут быть приняты за структурные единицы тела. Этим определяется выбор тех частиц, которые называют в ответ на вопрос, из чего состоит данное тело.

Из сказанного очевидно, что одну и ту же частицу иногда следует считать структурной единицей, иногда – нет.

Приведем один пример. Исследуется поликристалл. Для выяснения многих его свойств (прочности, пластичности, электро- и теплопроводности) достаточно знать, что он состоит из кристаллитов, знать, как они расположены друг относительно друга (есть текстура или ее нет) и что из себя представляют кристаллические прослойки. Кристаллит при таком подходе – структурная единица поликристалла.

Вопрос: «Какова природа наблюдаемой электропроводности?» требует понимания, из чего состоит кристаллит – из нейтральных атомов (тогда, скорее всего, это полупроводник) или из ионов и электронов (металл). Выяснив, скажем, что кристаллит – металл, как правило, мы не должны углубляться в структуру ионов. Можно просто считать, что атом потерял свои Z валентных электронов, а ион с зарядом $+Ze$ служит для электронов источником поля сил, в котором электроны движутся. Этого достаточно, чтобы произвести расчет зонной структуры, а разрешив ионам колебаться, мы сможем вычислить электро- и теплопроводность. Итак, в данном случае структурные единицы – ионы с зарядом $+Ze$ и электроны, покинувшие атомы.

Способность металла отражать электромагнитные волны – результат наличия в металле свободных электронов. Но если мы хотим исследовать поглощение света металлом (или фотоэффект), то нам придется задуматься о строении ионов, о том, в каких состояниях находятся электроны в составе иона. Роль структурных единиц начинают играть все электроны, а не только валентные, и ядра атомов.

Наконец, есть ядерные эффекты, специфические для твердых тел. Например, эффект Мёссбауэра – резонансное излучение и поглощение γ -квантов без отдачи ядра – или распад ядра урана на осколки, которые, разлетаясь, взаимодействуют с электронами и ионами. Рассматривая такие эффекты, нельзя считать ядра структурными единицами. В таких явлениях структурные единицы – это нуклоны.

В этом небольшом разделе мы ни разу не употребили слова «абстракция». Это потому, что он целиком абстрактен. Конкретизация, в той мере, в которой она есть, – только в виде примеров.

Тожественность и неразличимость

Когда речь идет о макроскопических предметах или даже таких небольших совокупностях атомов, как кристаллит в поликристалле, то каждый из них обладает своей особой неповторимостью. Как бы ни старались, к примеру, сделать все пули одинаковыми, опытный следователь сможет определить, какой из них был произведен смертельный выстрел. А вот элементарные частицы тождественны. Ни один электрон ничем не отличается от другого, то же можно сказать о протоне и нейтроне. Сложнее дело обстоит с атомами и молекулами. Молекулы и атомы обладают определенной структурой. Жесткой структурой. Заэкранированные от воздействия, они не будут изменяться. Если бы кто-то решил заменить «хранящуюся» молекулу на какую-то другую того же сорта (молекулу, скажем, воды на другую молекулу воды), мы не сумели бы определить, сделал ли он замену или не сделал. То же самое с атомами. Ни один атом не отличим от своего собрата. Любой атом, например, азота невозможно отличить от любого другого атома азота.

Правда (и именно поэтому дело обстоит несколько сложнее), и атом, и молекулу можно пометить. Например, возбудить электронную оболочку того сложного образования, которое в зависимости от состава именуется атомом или молекулой. Тем самым можно выделить какой-либо атом, какую-либо молекулу. Но не нужно думать, что метка (возбуждение) накрепко прикреплена к атому или к молекуле, как царапина на пуле, позволяющая ее идентифицировать. Если волею судьбы неподалеку от возбужденного атома окажется невозбужденный, а потом их траектории разойдутся, то мы принципиально не сможем сказать, остался ли возбужденным тот же атом, или возбуждение «перелазилось» на другой.

Пометить атом или молекулу можно и более вычурным способом. Многие ядра существуют в разных модификациях, именуемых изотопами. Они отличаются друг от друга числом нейтронов при том же числе протонов. Число протонов задает число электронов в электронной оболочке атома и, тем самым, большинство его химических (атомных) свойств. Переместить нейтрон из ядра в ядро непросто. Нейтроны устойчиво метят атом. Это позволяет с помощью изотопов следить за перемещением отдельных атомов и молекул. Так и говорят – метод меченых атомов. Он широко применяется в разных сферах – от материаловедения до медицины.

Среди микрочастиц особенно важное и почетное место занимает электрон – необходимая составная часть любого атома. Электрон – первая открытая (Дж. Дж. Томсон, 1897) и наиболее изученная элементарная частица. В этом разделе мы будем говорить об электронах, хотя многое, о чем будет рассказано, относится и к другим частицам.

Как и другие элементарные частицы, все электроны тождественны. Тожественность как бы специально предназначена для создания понятия «электрон». Используя это понятие, мы не должны задумываться, идет ли речь о конкретном электроне или об электроне

вообще, об электроне как абстрактном понятии. Это одно и то же. Нет таких черт у электрона, которые можно отбросить, не превратив его в нечто иное.

Остановимся чуть подробнее на тождественности электронов. Сначала – с позиции классической физики. Вне зависимости от того, как мы описываем электроны – с помощью формул классической физики или квантовой, электроны не теряют своей тождественности. Электроны, прилетевшие из космического пространства в составе космических лучей, и электроны в лучевой трубке телевизора не отличаются друг от друга. Тожественность электронов и вообще элементарных частиц редко подчеркивается в классической физике. Не потому, что это – неважный факт, а потому, что воспринимается он как самоочевидный.

Ситуации, когда тождественность частиц необходимо учитывать, встречаются в классической физике нередко. Особенно в статистической физике. При построении теории идеальных газов¹ необходимо уметь подсчитывать физически отличающиеся состояния совокупности частиц газа. Вот цитата из пятого тома курса Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица «Статистическая физика»: «...получим всего [столько-то] возможных распределений, среди которых, однако, есть тождественные, отличающиеся лишь перестановкой частиц (частицы все одинаковы). Число перестановок N частиц есть $N!$ » и т. д. Упоминание об одинаковости частиц, как бы для подчеркивания очевидности сказанного, помещено авторами в скобки.

Великий Джеймс Клерк Максвелл (1831 – 1879, Боже, как мало он прожил!) знаменит главным образом формулировкой уравнений, носящих его имя. Уравнения Максвелла создали современную электродинамику, объединили электричество, магнетизм и оптику. Но, кроме того, Максвелл был одним из создателей кинетической теории газов. Естественно, он столкнулся с необходимостью учитывать тождественность частиц газа. И задолго до открытия структуры атома задумался: «Собственно говоря, почему все атомы одного элемента тождественны?» Действительно, все окружающие нас предметы хоть незначительно, но отличаются друг от друга, а атомы почему-то тождественны. Я вычитал его рассуждения на эту тему в опубликованных лет 30 назад переводах его лекций для сравнительно широкой аудитории (к сожалению, у меня нет их под рукой, когда я пишу этот текст). Меня поразила пронизательность Максвелла. Он понял, что причина неразличимости атомов – существование структуры. Атомы тождественны потому, что построены одинаково, по какому-то неизвестному в то время закону. А ведь, вспомните, атом в то время был последней структурной единицей вещества. Само слово «атом» означает неделимый.

Хочу поделиться мыслью, которая, правду сказать, не имеет прямого отношения к теме рассказа. Наверное, Максвелл был верующим человеком. В те времена неверующих было немного. Казалось бы, ему было

¹ Идеальный газ – типичный пример абстракции. Это газ, при описании свойств которого можно абстрагироваться от взаимодействия частиц газа друг с другом.

естественно подумать: Бог создал все атомы водорода или кислорода одинаковыми. И все... Но нет. Такой ответ его не устраивает. Факт тождественности, как любое явление, требует объяснения. Рассуждал Максвелл, наверное, примерно так: всякое созидание начинается с выработки плана постройки. Совокупность планов составляют законы природы. Поняв их, мы сможем постичь, как устроен и функционирует окружающий нас мир. В частности, ответить на вопрос, почему атомы одного элемента одинаковы.

Боюсь, я навязываю Максвеллу свои мысли. Все же хочется подчеркнуть, что квантовая механика объяснила, почему все атомы одинаковы. Правда, почему тождественны электроны, протоны, нейтроны, мне представляется, остается необъясненным фактом – одним из тех фактов, которые составляют основу наших попыток (весьма успешных, подчеркнем) объяснить устройство окружающего нас Мира.

Вернемся к классическим частицам. После довольно подробных разговоров об их тождественности, наверное, несколько странно прозвучит утверждение, что классические частицы не следует считать принципиально неразличимыми. Более того, тождественность и неразличимость следует различать. Поясним.

Классическая частица движется по определенной траектории. Зафиксировав частицу в какой-то момент времени, мы можем непрерывно следить за ее судьбой. Из-за этого нельзя наблюдаемую классическую частицу спутать с какой-нибудь другой частицей, а уж тем более заменить одну частицу другой. Классические частицы именно поэтому не следует считать принципиально неразличимыми, хотя они тождественны.

А вот квантовые частицы принципиально неразличимы. Их неразличимость – следствие отсутствия траектории, наличия у квантовой частицы волновых свойств, существования принципа неопределенности. Неразличимость – типично квантовое свойство.

С принципиальных позиций микромир, мир элементарных частиц, атомов и молекул, проще окружающего нас мира вещей. Хотя бы тем, что мир вещей построен из элементов микромира. Кроме того, все микрочастицы одинаковы, тождественны. Ранее мы поняли, что создание любого понятия, даже самого простого, как стол, например, требует выделения общих для всех столов свойств и пренебрежение менее существенными. Это выделение и пренебрежение – один из типов абстрагирования. Создавая понятие «электрон», нам не пришлось опускать какие-либо свойства, имеющиеся у электронов, чтобы всех их объединить одним понятием. Оно включает в себя все свойства электрона. Каждый электрон несет на себе свойства всех электронов. Это рассуждение, конечно, не означает, что понятие «электрон» является простым или самоочевидным. Само понятие простоты достаточно сложно. Нас серьезно обучали, что «электрон так же неисчерпаем, как атом». Что это точно означает, думаю, не знает никто. И думаю, что атом сложнее электрона. А любая элементарная частица проще, чем макроскопическая конструкция из элементарных частиц. Как мы уже сказали, и тем,

что любая элементарная частица принципиально неотличима от себе подобных.

Может показаться, что неразличимость элементарных частиц (в частности, электронов) несет лишь философскую нагрузку. Это не так. Неразличимость следует учитывать при расчетах разных величин, необходимых при описании физических свойств реально существующих объектов и результатов экспериментов над ними.

Рассмотрим несколько явлений, в которых принимает участие более чем один электрон.

Начнем с рассеяния электрона на атоме. В атоме есть свои электроны. При расчете вероятности процесса рассеяния необходимо учесть факт возможности обмена местами между рассеиваемым электроном и электронами атома. Такие процессы называют процессами обмена. Важно подчеркнуть, что отделить процесс рассеяния с обменом от рассеяния без обмена нет возможности принципиально. Существует единый процесс рассеяния. Зафиксировав рассеянный электрон, нельзя выяснить, тот это электрон, который столкнулся с атомом, или один из электронов атома. Вопрос, какой это электрон, столь же лишен смысла, как вопрос, какова координата электрона, если известен его импульс. Казалось бы, и при принципиальной различимости электронов процессы обмена надо было бы учитывать. Правильно!

Для того чтобы почувствовать, в чем различие, рассмотрим другой процесс рассеяния, напоминающий рассеяние электрона на атоме, – рассеяние мюона на атоме. Мюон очень похож на электрон, у него такой же заряд, как у электрона, но масса его приблизительно в 207 раз больше массы электрона. При рассеянии мюона на атоме отлична от нуля вероятность того, что атом захватит мюон, отдав один из своих электронов. Произойдет обмен электрона на мюон. В отличие от предыдущего случая, это реальный процесс, который можно отличить от рассеяния мюона без его захвата атомом. Более того, можно выделить те атомы, у которых один из электронов заменен мюоном, и исследовать их свойства.²

Неразличимость электронов проявляется не только в процессах рассеяния. Во всех процессах, в которых участвуют два или более электронов, проявляется их неразличимость. При взаимодействии атомов друг с другом процессы обмена электронами приводят к существованию дополнительной энергии взаимодействия между атомами – обменной энергии, не имеющей классического аналога.

Без учета неразличимости и следствий из нее (в частности, обменной энергии) нельзя объяснить существование ферромагнетизма, антиферромагнетизма и других более сложных магнитных явлений. Их так и называют – обменными.

Хотя формально (в уме, на бумаге) электроны ме-

² Атом водорода, в котором электрон заменен мюоном, получил специальное название – мюоний. Исследование свойств мюония – интересная область физики, принадлежащая как физике твердого тела, так и ядерной физике, а также физике элементарных частиц.

нять местами можно, как бы далеко атомы ни были расположены друг от друга, нельзя забывать, что обменная энергия очень быстро спадает с расстоянием между атомами. Достаточно разнести атомы на расстояние, превышающее размеры атома в два-три раза, и обменная энергия практически обращается в ноль. Значительно быстрее, чем, например, энергия электростатического притяжения или отталкивания между ионами. А это означает, что, вычисляя энергию взаимодействия между далеко разнесенными ионами, неразличимостью электронов попросту можно пренебречь.

Неразличимость, как было сказано, – не специфическое свойство электронов. Все элементарные частицы (и протоны, и нейтроны, и мюоны, и все мезоны, и кварки), каждая в своем классе, – неразличимы: протоны не отличимы друг от друга, один нейтрон нельзя отличить от другого и т.д. А это значит, что введение понятий «протон», «нейтрон» и т.д., как и введение понятия «электрон», не требует разделения свойств каждой отдельной элементарной частицы на те, которые учитываем, вводя понятие, и на те, которыми пренебрегаем, чтобы не вступать в противоречие с вводимым понятием. Каждый протон имеет свойства всех протонов, каждый нейтрон – всех нейтронов и т.д.

При этом в физике элементарных частиц, как и в любой области физики, примеры использования абстракции при введении новых понятий подобрать совсем нетрудно. Вот один простой пример. Протоны и нейтроны обладают многими общими свойствами. Свойства эти не зависят от того, имеет частица заряд или нет. Абстрагируясь от наличия заряда у протона и от отсутствия заряда у нейтрона, вводят понятие «нуклон», объединяющее эти две частицы.

Пожалуй, никогда в обыденной жизненной практике, объединяя предметы новым понятием, мы не знаем столь точно, какими свойствами мы жертвуем, как в случае введения понятия «нуклон». А жертва отнюдь не мала – электрический заряд. Жертва ли это? В каком-то смысле, да. Конечно, протон не лишается способности притягивать электрон. Но приходится изъясняться так: «В одном из состояний нуклон обладает положительным зарядом и, следовательно, притягивает электрон».

Понятие «нуклон» не всегда полезно.

Вот пример для уточнения слова «полезно». Число нуклонов в ядре определяет атомную массу, а число протонов – атомный номер. Обе характеристики очень важны: атомная масса – в ядерной физике, а атомный номер – в химии.

Термину (понятию) «элементарные частицы» мы посвятили небольшой, но, как нам кажется, важный предыдущий раздел. Термин «элементарные частицы» – хороший пример абстракции. Когда частицу называют элементарной, то, как правило, тем самым подчеркивают нежелание (скорее, отсутствие необходимости в настоящий момент) заниматься ее внутренней структурой. Мы знаем, что нуклоны состоят из кварков, но в подавляющем большинстве случаев об этом можно не думать и считать нуклоны элементарными частицами.

Этим примером хочется еще раз подчеркнуть: процесс выработки понятий, сопровождаемый абстрагированием, – творческий процесс.

Вывод: абстрагирование – часто вполне осознанный прием, который используется при решении определенных задач.

А вот следующее, несколько шокирующее утверждение приведено только, чтобы заинтересовать тех, кто впервые сталкивается с описываемыми понятиями: неразличимость бывает разная.

Спин. Фермионы и бозоны

Как и принципиальная неразличимость, отличие неразличимостей не имеет аналога в классической физике. Отличие неразличимостей тесно связано со спином.

Что прежде всего приходит в голову, когда произносится слово «частица»? Не знаю, как вам, а мне – маленький шарик, нечто маленькое и твердое. Знаю, что это неправильно. Квантовая частица имеет и корпускулярные и волновые черты, частице нельзя приписать определенный размер. Если же реальную частицу наделять свойствами классических частиц, то, скорее, надо было бы представлять частицу в виде материальной точки. Точки... Не укладывается в голове: частица вещества – точка? Нечто вовсе не имеющее размеров? Нет, скорее уж, шарик!

Как движется шарик? Кроме поступательного движения, шарик может вращаться, как волчок. С вращением связан определенный момент количества движения (момент импульса). Величина момента количества движения имеет размерность $\text{г}\cdot\text{см}^2/\text{с}$. Для многих, наверное, будет неожиданностью, что такую же размерность имеет знаменитая постоянная Планка, без участия которой не обходится, как мы знаем, ни одна формула квантовой физики.

Обязанный вращению момент количества движения классического твердого тела, естественно, может быть любым и куда угодно направленным. Момент количества движения, или просто момент, – вектор. Вращающийся шарик имеет момент, направленный по оси вращения. Направление оси вращения может быть любым. Классический шарик может вращаться вокруг любой оси – той, вокруг которой ему придали вращение. Если шарик не вращается, то момент его равен нулю.

Вернемся к электрону. Выяснилось, что электрон, протон и нейтрон имеют собственный момент количества движения. Здесь очень важное слово «собственный». Оно означает, что вращение присуще электронам и другим элементарным частицам как их внутреннее неотъемлемое свойство. Вращение электронов нельзя прекратить, как нельзя отобрать у электрона или у протона их заряды. И величину собственного момента количества движения частицы изменить нельзя. Собственный момент количества движения частицы принято называть ее спином.

Повторим: спин – одна из неотъемлемых характеристик частицы. Составляя визитные карточки элементарных частиц (электрона, протона, нейтрона, мезонов, нейтрино и т.д.), перечисляя их характеристики, мы должны назвать не только массу, заряд, но и спин.

Прежде чем привести значения спина электрона, протона, нейтрона и других элементарных частиц, скажем немного о необычном свойстве любого квантового момента количества движения. Так же как квантовая частица не может одновременно иметь определенные значения скорости и координаты, ее момент количества движения не может иметь определенные значения всех своих трех проекции. Это еще одно проявление принципа неопределенности. Квантовая механика допускает, чтобы у момента количества движения были определенными модуль момента, т.е. его длина, и одна из проекций на какую-либо произвольно направленную ось.

Не знаю, как происходило знакомство с квантовой механикой у других, меня поразило очень многое. Пожалуй, больше всего – удивительная логичность и непротиворечивость квантовой механики, казалось бы, нарушающей привычную логику. С интересом читал статьи, посвященные дискуссии между Эйнштейном и Бором. Из конкретных квантовых неожиданностей сильное впечатление на меня произвело пространственное квантование, о котором предстоит рассказать.³

Чтобы рассказать о пространственном квантовании, совершим небольшое тактическое отступление: представим себе, что хотим изобразить классический вектор момента количества движения. Как изобразить вектор? Сложность, пожалуй, в том, что способов много. Поступим так: из точки, выбранной для начала координат (эта точка соответствует нулевому вектору), проведем сферу, радиус которой равен величине момента. Вектор момента, проведенный из начала координат, естественно, упирается в сферу. Чтобы зафиксировать направление вектора момента, сферы недостаточно: надо выбрать оси координат. Удобно взять три взаимно ортогональных орта и к ним привязать оси x , y и z . Куда направлять оси координат, безразлично. Это наше дело. Когда выбраны оси координат, направление вектора момента можно задать двумя углами. А можно, конечно, просто задать проекции вектора момента на оси. Сумма их квадратов равна квадрату величины момента.

К каким изменениям приведет квантовая механика? Перечислим по порядку. Как мы уже говорили, одновременно определенные значения имеют длина вектора момента и одна из его проекций, для определенности z -я. Кроме того, длина вектора момента и его проекция могут принимать отнюдь не все значения, а только дискретные.

Проекция момента на ось z принимает следующие значения:

$$-s\hbar, -(s-1)\hbar, \dots, (s-1)\hbar, s\hbar$$

– всего $2s + 1$ значений. Чтобы $2s + 1$ было целым числом, s должно быть либо целым числом, либо полуцелым. В первом случае число проекций нечетно, а во втором – четно.

³ Когда я более или менее серьезно изучал квантовую механику, о туннельном эффекте я был наслышан. Поэтому этот наиболее поразительный квантовый феномен не произвел того впечатления, которого заслуживает.

Перечисленные утверждения относятся к моменту количества движения любой природы. Когда речь идет об орбитальном моменте, то часто букву s заменяют буквой l .

Главным образом нас будут интересовать собственные моменты количества движения – спины. Прежде всего, спин электрона.

Величиной спина принято считать s , т.е. величину максимальной проекции спина в единицах \hbar . Про частицу, у которой максимальная проекция на избранную ось равна $s\hbar$, говорят, что у частицы спин равен s .

Если классический вектор имеет максимально возможную проекцию на какую-либо ось, значит, вектор направлен вдоль этой оси. Его длина, естественно, равна этой проекции. С квантовым спином сложнее. Когда максимальная проекция равна $s\hbar$, квадрат длины вектора спина равен $s(s+1)\hbar^2$. Он больше квадрата максимальной проекции. Причину этого понять легко. Ведь у спина, кроме максимальной, есть две другие проекции. Так как все три не могут иметь определенные значения, то, хотя проекция на избранную ось максимальна, остальные две проекции не равны нулю – они вообще не имеют определенного значения.

Хорошее наглядное представление: спин – вектор, стрелочка. Он крутится вокруг оси. Квантовая механика запрещает спину совпасть с осью. У квантового спина всегда есть отличный от нуля угол отклонения от любой избранной оси (его минимальное значение определяется выписанными выше формулами). Проекция спина вдоль избранной оси имеет определенное значение, а проекция на плоскость всегда «крутится».

Подчеркнем: если изотропия ничем не нарушена, выбор направления оси (ее называют осью квантования) совершенно произволен. А вот если частицу поместить в магнитное поле, то за ось квантования естественно выбрать именно направление вдоль магнитного поля.

Частицы с полуцелым спином называют фермионами – в честь великого итало-американского физика Энрико Ферми. Частицы с нулевым или целым спином называют бозонами – в честь индийского физика Шатъендраната Бозе.

Электроны, протоны и нейтроны – фермионы. У каждой из этих частиц спин равен $1/2$ ($s = 1/2$). Это означает, что спин и электрона, и любого из нуклонов относительно произвольной оси может ориентироваться лишь двумя способами: либо по оси (проекция равна $\hbar/2$), либо против (проекция равна $-\hbar/2$).

У фотона спин равен 1 ($s = 1$). Фотон – бозон. Некоторые мезоны тоже бозоны. Есть среди них частицы с нулевым спином.

Список того, что сейчас принято называть элементарными частицами, включает около 350 наименований. Среди них есть и фермионы, и бозоны. Спины элементарных частиц в большинстве случаев не очень велики. Но все же, просматривая список элементарных частиц (см. 5-й том «Физической энциклопедии»), среди

фермионов я обнаружил две группы частиц со спином $11/2$, а среди бозонов – группы частиц со спином 4 . Все кварки – фермионы со спином $1/2$.

Момент количества движения, обязанный движению в пространстве, называют орбитальным, хотя, как мы знаем, квантовая механика не допускает движения по орбите. Орбитальный момент имеет всегда целочисленное значение. Величину максимальной проекции орбитального момента обозначают, как мы говорили, буквой l , а иногда L .

Чем больше момент количества движения, тем он ближе к классическому моменту: с ростом s и $l(L)$ растет число возможных проекций на ось квантования, а длина момента приближается к величине максимальной проекции. Это – проявление общего принципа соответствия, согласно которому формулы и выводы квантовой механики переходят в формулы и выводы классической ньютоновской механики, если характеристики движения соответствуют условиям применимости классической механики. В условия применимости классической механики должна обязательно входить постоянная Планка. Условие того, что момент количества движения можно описывать формулами классической механики, выглядит особенно просто: величина момента должна во много раз превосходить \hbar .

Познакомившись с понятием спина, узнав, что электроны – фермионы, продолжим выяснение того, как проявляет себя неразличимость.

Проще и естественнее всего неразличимость изучать на примере двух частиц. Для определенности – на примере двух электронов. Чтобы электроны не разлетелись кто куда, поместим их в поле ядра, имеющего положительный заряд, равный по величине заряду двух электронов. Легко видеть, что получился атом гелия. Так как ядро атома в тысячи раз тяжелее электронов, мы можем считать его неподвижным. Заметьте: неподвижное ядро – абстракция типа идеализации. Но это такой простой случай, что неприлично привлекать к нему внимание. Не учитывая движения ядра, можно получить приближенные, но достаточно точные формулы, описывающие движение электронов (как при классическом описании, так и при квантовом). Правда, аналитически точно решить задачу о движении двух электронов в поле ядра непросто. Но, решив, нетрудно учесть движение ядра и вычислить поправки, обязанные движению ядра. Поправки малы, что подтверждает пригодность приближения.

При классическом описании состояние системы двух электронов определяется траекториями, по которым электроны движутся. При квантовом – волновой функцией (пси-функцией), заданной в конфигурационном пространстве (если состояние стационарно, как движение по определенной замкнутой траектории, то зависимость пси-функции от времени можно исключить).

От какого числа переменных зависит пси-функция двух электронов в стационарном состоянии? Каждый электрон обладает тремя степенями свободы. К трем пространственным координатам каждого электрона надо добавить значение проекции его спина. С учетом спина, у каждого электрона не 3, а 4 степени свободы! А

$2 \times 4 = 8$. Волновая функция двух электронов, следовательно, зависит от 8 переменных.⁴

Вернемся к неразличимости. Переставим мысленно местами два электрона. Формально это означает, что в волновой функции, зависящей от восьми переменных, четыре переменных, относящихся к одному электрону, надо поменять местами с четырьмя переменными, относящимися ко второму электрону. Что произойдет при такой операции с волновой функцией двух электронов? Оказывается, волновая функция двух электронов при этом изменит знак. Смена знака есть следствие того, что электроны – фермионы. Все частицы с полужелым спином ведут себя аналогично. А вот если бы мы переставляли бозоны (частицы с целым или нулевым спином), волновая функция вовсе не изменилась бы.

Естественен вопрос: «Что это за неразличимость, если при перестановке частиц местами волновая функция меняет знак?» Оказывается, процедура вычислений с помощью волновой функции физических величин, описывающих результаты экспериментов, устроена так, что смена знака у волновой функции не влияет на результат. Следовательно, смена знака у пси-функции не противоречит неразличимости.

Сказанное должно пояснить утверждение о различии неразличимостей. Фермионы и бозоны обладают разными неразличимостями и, когда речь идет не об одной частице, разительно не похожи друг на друга. Фермионы – индивидуалисты. А бозоны – коллективисты. Сейчас поясним, что это значит.

Фермионы названы индивидуалистами потому, что смена знака у пси-функции при перестановке двух частиц приводит к принципу запрета, согласно которому в каждом состоянии может находиться лишь один фермион. Бозоны – коллективисты, так как в любом состоянии может скапливаться любое число бозонов.

Принцип запрета, которому подчиняются фермионы, – один из важнейших принципов квантовой физики. По имени сформулировавшего его в 1924–25 годах физика В.Паули принцип запрета называют принципом Паули.

Принцип Паули лежит в основе объяснения структуры атомов и периодического закона Менделеева. Действительно, представьте себе, что ничто не мешает любому числу электронов находиться в одном состоянии. В любом атоме все электроны оказались бы на самом нижнем энергетическом уровне. Атом, который имеет сложную структуру именно потому, что электроны занимают разные состояния, оказался бы бесформенным сгустком электронов, прижатых к ядру (нижний энергетический уровень расположен вблизи ядра). Если бы таково было устройство атома, не могло бы быть никакой надежды объяснить химические свойства различных атомов. А ведь они замечательно объясняются, если при заполнении уровней учитывать требования принципа Паули. Без принципа Паули добавление протона к ядру, означающее переход в соседнюю

⁴ Вас не должно смущать, что одна переменная (проекция спина) принимает только два значения: $+1/2$ и $-1/2$.

клеточку таблицы Менделеева, почти ничего не изменит в строении атома. А мы знаем, как разительно могут отличаться атомы из соседних клеточек.

Различие свойств атомов с отличающимся числом электронов находит объяснение в положении электронов в атоме. Для понимания свойств атомов надо выяснить, во-первых, что из себя представляют состояния электрона, движущегося в поле, создаваемом ядром и совокупным действием всех электронов, а во-вторых, надо знать, как заполняют электроны атомные состояния.

Энергия электрона в атоме, как легко видеть на примере простейшего атома – атома водорода, принимает дискретные значения (энергетические уровни). Чего мы еще не рассказали, так это того, что состояние электрона характеризуют четыре числа. Три из них описывают орбитальное движение электрона, а четвертое – проекцию спина. От проекции спина обычно энергия электрона почти не зависит. Различаем состояний с противоположными спинами в хорошем приближении можно пренебречь, т.е. от роли спина можно абстрагироваться. Итак, решив первую половину задачи, мы знаем расположение энергетических уровней. Это позволяет приступить к заполнению уровней электронами.

Согласно принципу Паули в каждом состоянии может находиться один электрон, а если считать, что от проекции спина электрона энергия не зависит, то на каждом уровне может находиться не более двух электронов, при этом, если их два, они имеют противоположные направления спинов.

Заполняют электроны атомные уровни, руководствуясь требованием того, чтобы энергия была минимальна, но чтобы при этом не нарушался принцип Паули. Атом нейтрален. Значит, число электронов совпадает с числом протонов в ядре атома. Нильс Бор показал, что расположение электронов на атомных уровнях с учетом принципа Паули объясняет химические свойства атомов.

Принцип Паули столь важен, что мы решили показать, как он выводится из антисимметрии волновой функции. Пусть греческие буквы α и β обозначают состояния, а арабские цифры 1 и 2 – наборы четырех величин (трех координат и проекции спина). Тогда антисимметричное (по перестановке частиц) состояние двух электронов, в котором один находится в α -состоянии, а другой в β -состоянии, имеет следующую структуру:

$$\Psi(1,2) = \psi_{\alpha}(1)\psi_{\beta}(2) - \psi_{\beta}(1)\psi_{\alpha}(2).$$

Ясно, что если состояния совпадают ($\alpha = \beta$), то $\Psi(1,2) \equiv 0$ – в одном состоянии оба электрона находиться не могут.

Теперь спросим себя: верно ли, что неразличимость электронов не позволяет наблюдать и исследовать один электрон? Почти всегда отдельный электрон – идеализация. В обычной жизни и в эксперименте мы имеем дело с огромным коллективом электронов. Их число чаще всего не поддается подсчету. Для того чтобы изучить свойства электрона или с его помощью другой

физический объект, мы пытаемся выделить отдельный электрон, прибегая не столько к экспериментальным ухищрениям, сколько к помощи теоретических представлений, основанных на принципе неразличимости, так как уверены, что все электроны ведут себя одинаково.

Пометить электрон нельзя. Но можно попытаться изолировать его от других электронов. Например, локализовать электрон в определенной области пространства. Тогда можно говорить «этот электрон». Существует метод измерения магнитного момента электрона, основанный на резонансном отклике отдельного электрона на высокочастотный сигнал. Для проведения эксперимента в приборе локализуется один (!) электрон. Говорят, лаборант должен следить, чтобы электрон «не сбежал», так как процесс локализации очень труден. Пройдет время, неизбежно возникнет взаимодействие с другими электронами, и этот электрон потеряет свою индивидуальность – превратится в просто электрон.

Другими словами, некоторое время электрон может быть похож на обычный предмет. Но есть кардинальное отличие. Любой предмет (тот же стол, например) тоже может потерять свою индивидуальность – скажем, рассыпаться на щепки, превратиться в труху. При этом он перестанет быть столом. Электрон же, теряющий свою индивидуальность, остается электроном.

Кажется, были попытки построить квантовую электродинамику, в которой есть лишь один электрон, многократно (бесконечнократно) повторяющий себя. Воистину абстрактная теория! К сожалению, не знаю подробностей.

Неразличимость квантовых частиц делает понятия «электрон», «протон»,.. удивительно похожими на математические понятия. Число 5 всегда 5. Можно спросить, 5 – чего, но само число 5 не зависит от того, к чему его относят. Электрон всегда электрон, просто электрон, где бы он ни находился, в чем бы ни участвовал. Мы уже подчеркивали, к элементарной частице не применим вопрос: «Какая из...?» У нее отсутствует индивидуальность, как у многих математических понятий.

Когда бозоны объединяются, они создают более сложную частицу, и частица эта тоже бозон. А вот из фермионов могут получиться либо бозоны, либо фермионы. Если в сложную частицу объединяется четное число фермионов, получается бозон, если нечетное – фермион. Причина проста: у частицы, состоящей из четного числа фермионов, всегда целый или равный нулю спин, а у частицы, состоящий из нечетного числа фермионов, – полуцелый.

Прекрасный пример – два изотопа гелия. У тяжелого, наиболее распространенного изотопа ${}^4\text{He}$ в ядре 2 протона и 2 нейтрона, у легкого, весьма редкого изотопа ${}^3\text{He}$ – 2 протона и 1 нейтрон. В каждом из атомов обоих изотопов 2 электрона. Тяжелый изотоп – бозон, легкий – фермион. Макроскопические свойства изотопов гелия во многом различны.