5. $p = \dfrac{\rho g h V_1 - p_0\left(V_0 - V_1\right)}{V_1 - V_0\varphi/100\%} = 5$ кПа .

6. $Q = cm|t| + \lambda m\left(1 - m^2\Big/\left(\rho_л^2 S^3\right)\right) \approx 3{,}5$ кДж .

7. $q_1 = 2l\sqrt{\pi\varepsilon_0}\left(\sqrt{F_2} \pm \sqrt{F_2 - F_1}\right)$, $q_2 = 2l\sqrt{\pi\varepsilon_0}\left(\sqrt{F_2} \mp \sqrt{F_2 - F_1}\right)$.

8. $\alpha = 1/2$.

9. $n > 2$.

10. $D = \dfrac{b\left(d - F\right)^2}{dF\left(dF + Fb - db\right)} \approx 5$ дптр .

51. В формулировке этой задачи допущены ошибки. Вместо слова «наибольшее» должно быть «наименьшее», а в п. б) один из « $\pm$ » следует заменить на « $\mp$ ».

а) Если a четно, то b нечетно, $b^2 \equiv 1 \pmod 4$ и $1 = a^2 - pb^2 \equiv$ $\equiv 0 - 1 \cdot 1 \pmod 4$.

б) Рассмотрите равенство $(a-1)(a+1) = pb^2$ и воспользуйтесь основной теоремой арифметики и тем, что НОД(a − 1, a + 1) = 2.

в) $u^2 - pv^2 = \dfrac{a \pm 1}{2} - \dfrac{a \mp 1}{2} = \pm 1$. Равенство $u^2 - pv^2 = 1$ невозможно, поскольку a – *наименьшее* из возможных.

Химический факультет

1. $a = \dfrac{2\left(l_2/t_2 - l_1/t_1\right)}{t_1 + t_2}$. **2.** $t = \dfrac{\sqrt{v_1 v_2}}{g} = 0{,}6$ с .

3. $l = 2v_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 8$ м . **4.** $\rho = \rho_0/2$.

5. $A = RT_1\dfrac{(n+1)(k-1)}{2n} = 1660$ Дж ,

$\Delta U = \dfrac{3}{2}RT_1\dfrac{k-n}{n} = -1245$ Дж .

6. $m = \dfrac{Mp_0\left(V_0 - M/\rho_0\right)}{RT} = 0{,}58$ г . **7.** $k = 16/9$.

8. $\omega_{\max} = \dfrac{qrB + \sqrt{q^2r^2B^2 + 4m^2\mu g r}}{2mr}$.

9. $u = v\Big/\sqrt{n^2 - 1} \approx 1{,}13$ м/с .

10. $F = \dfrac{l_2h_2 - l_1h_1}{h_2 - h_1} = \dfrac{3}{7}$ м $\approx 0{,}43$ м .

Уравнения Пелля

(см. «Квант» №4 за 2002 г.)

47. Поскольку квадрат натурального числа может оканчиваться лишь на одну из цифр 0, 1, 4, 5, 6, 9, нужно решить в натуральных числах уравнения $x^2 - 10y^2 = 0$, 1, 4, 5, 6 или 9. Два из них – а именно, уравнение $x^2 - 10y^2 = 0$ и уравнение $x^2 - 10y^2 = 5$ – решений в натуральных числах не имеют. А остальные имеют: $x + y\sqrt{10} = a\left(19 + 6\sqrt{10}\right)^n$, где n – целое неотрицательное число, $a = 1, 2, 4 + \sqrt{10}$, $16 + 5\sqrt{10}$, $3, 7 + 2\sqrt{10}$ или $13 + 4\sqrt{10}$.

48. а) $x + y\sqrt{17} = \pm a\left(4 + \sqrt{17}\right)^{2n}$, где $a \in \left\{-1 + \sqrt{17}; 1 + \sqrt{17}; 16 + 4\sqrt{17}\right\}$, а n – целое число.

49. Пусть $a^2 - dy^2 = 1$, где a, b – натуральные числа. Рассмотрите такое натуральное число m, что $\left(x + y\sqrt{d}\right)^{m-1} <$ $< a + b\sqrt{d} \le \left(x + y\sqrt{d}\right)^m$, и такие рациональные числа z и t, что $z + t\sqrt{d} = \left(a + b\sqrt{d}\right)\Big/\left(x + y\sqrt{d}\right)^{m-1} = \left(a + b\sqrt{d}\right)\left(y\sqrt{d} - x\right)^{m-1}$.

50. В силу упражнения 49, находим $q = \left(a + \sqrt{a^2 + 1}\right)^2 =$ $= 2a^2 + 1 + 2a\sqrt{a^2 + 1}$. Поскольку числа $-1 + \sqrt{a^2 + 1}$, $1 + \sqrt{a^2 + 1}$ и $a^2 + a\sqrt{a^2 + 1}$ больше 1 и не превосходят $2a^2 + 1 + 2a\sqrt{a^2 + 1}$, то множеству M принадлежат пары $(-1; 1)$, $(1; 1)$ и $\left(a^2; a\right)$.

Информацию о журнале «Квант» и некоторые материалы из журнала можно найти в ИНТЕРНЕТЕ по адресам:

Курьер образования
http://www.courier.com.ru

Vivos Voco!
http://vivovoco.nns.ru
(раздел «Из номера»)

Московский детский клуб «Компьютер»
math.child.ru

КВАНТ

НОМЕР ПОДГОТОВИЛИ

А.А.Егоров, Л.В.Кардасевич, С.П.Коновалов, А.Ю.Котова, В.А.Тихомирова, А.И.Черноуцан

НОМЕР ОФОРМИЛИ

В.Д.Акатьева, Д.Н.Гришукова, В.В.Иванюк, А.И.Пацхверия, Е.А.Силина

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР

Е.В.Морозова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРУППА

Е.А.Митченко, Л.В.Калиничева

ЗАВЕДУЮЩАЯ РЕДАКЦИЕЙ

Л.З.Симакова

Журнал «Квант» зарегистрирован в Комитете РФ по печати.
Рег. св-во №0110473

Адрес редакции:
119296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант», тел. 930-56-48

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени Чеховском полиграфическом комбинате Комитета Российской Федерации по печати
142300 г.Чехов Московской области
Заказ №