учли, что по условию задачи конденсатор плоский, а потому можно пренебречь краевыми эффектами и считать, что заряды равномерно распределены по указанным плоскостям, а полем зарядов на торцах пластин можно пренебречь. Если считать, что удельное сопротивление первой пластины меньше, чем второй, и ток течет от первой пластины ко второй, на плоскости соприкосновения пластин должен находиться избыточный положительный заряд. Пусть поверхностная плотность этого заряда σ. Зная, что вектор напряженности поля плоскости, равномерно заряженной положительным зарядом, направлен по нормали от нее, а его модуль равен $E = \sigma/(2\varepsilon_0)$, где ε_0 – электрическая постоянная, на основании принципа суперпозиции полей можно записать

$$\frac{2U_1}{d} = \frac{U}{d} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Из полученных соотношений находим искомую плотность зарядов на границе соприкосновения пластин:

$$\sigma = \frac{2(\rho_2 - \rho_1)\varepsilon_0 U}{(\rho_1 + \rho_2)d}.$$

8. При решении задачи будем считать, что ось, вокруг которой может поворачиваться треугольник, и опора, на которую он опирается, покоятся относительно лабораторной системы отсчета и эта система является инерциальной. Тогда можно утверждать, что сумма моментов всех сил, действующих на покоящийся треугольник, относительно заданной оси должна быть равна нулю. По условию задачи треугольник может свободно вращаться вокруг оси, следовательно, на него не действуют силы трения. Поэтому треугольник перестанет давить на опору тогда, когда момент сил тяжести будет уравновешен моментом сил Ампера, действующих на стороны треугольника.

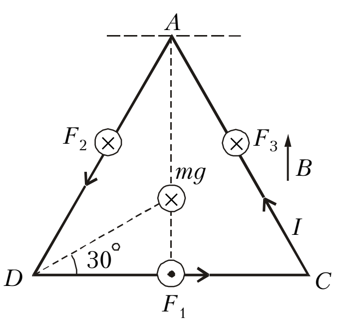

Рис. 25

Будем считать, что проволока, из которой изготовлен треугольник, является однородной. Тогда равнодействующую сил тяжести mg следует считать приложенной к центру треугольника, как показано на рисунке 25. Поскольку треугольник является равносторонним, а проволока тонкой, точка приложения указанной равнодействующей должна находиться от оси вращения A на расстоянии $h = a/(2\cos 30^\circ) = a/\sqrt{3}$. Таким образом, момент сил тяжести относительно заданной оси равен

$$M_{\text{т}} = \frac{amg}{\sqrt{3}}.$$

Пусть по проволоке, из которой изготовлен треугольник, протекает постоянный ток в том из двух возможных направлений, которое указано на рисунке 25 стрелками на сторонах треугольника. Как известно, действующая на элемент тока сила Ампера равна $\Delta\vec{F} = \left[I\Delta\vec{L} \cdot \vec{B}_\Sigma\right]$, где $\Delta\vec{L}$ – вектор, направление которого совпадает с направлением тока, а модуль равен длине столь малого отрезка проводника, что в месте его нахождения индукцию магнитного поля в отсутствие данного элемента можно считать постоянной и равной $\vec{B}_\Sigma$. В рассматриваемом случае индукция магнитного поля $\vec{B}_\Sigma$ равна сумме индукции внешнего однородного поля $\vec{B}$ и индукции поля $\vec{B}_{\text{c}}$, порождаемого током в сторонах треугольника за исключением того участка проволоки, действие силы Ампера на который вычисляется. Поскольку линии индукции поля $\vec{B}_{\text{c}}$ пересекают плоскость треугольника по нормали к ней, из закона Ампера следует, что на малый элемент стороны треугольника за счет поля $\vec{B}_{\text{c}}$ будет действовать сила, линия действия которой лежит в плоскости треугольника и направлена по нормали к рассматриваемому элементу. Следовательно, момент этих сил относительно заданной оси вращения равен нулю, но они обусловливают возникновение механических напряжений в проводниках контура.

Составляющие силы Ампера, обусловленные наличием внешнего магнитного поля $\vec{B}$, линии индукции которого по условию задачи коллинеарны плоскости треугольника и перпендикулярны оси вращения, направлены вертикально, а потому будут создавать вращающий момент относительно заданной оси. Сторона DC треугольника находится от оси вращения на расстоянии $h_1 = a\sin 60^\circ$, а величина действующей на нее силы равна $F_1 = IaB$. Поэтому величина обусловленного внешним полем вращающего момента, действующего на сторону DC, равна

$$M_1 = h_1 F_1 = a^2 IB\sin 60^\circ = 0{,}5\sqrt{3}\,a^2 IB.$$

Несколько сложнее обстоит дело с вычислением вращающего момента, действующего на стороны AD и AC. На маленький кусочек проволоки стороны AD длиной ΔL, находящийся от оси вращения в среднем на расстоянии x_i ($0 \le x_i \le \le a\cos 60^\circ$), со стороны внешнего магнитного поля действует вращающий момент, величина которого равна

$$\Delta M_i = x_i IB\Delta L\sin 30^\circ = IB\,\mathrm{tg}\,30^\circ \cdot x_i \Delta x.$$

Здесь было учтено, что, в соответствии с условием задачи, угол между вектором $\vec{B}$ и стороной AD равен либо 30°, либо 150°, но $\sin 30^\circ = \sin 150^\circ$, и что $\Delta L = \Delta x/\cos 30^\circ$. Для нахождения величины вращающего момента M_2, действующего на всю сторону AD, следует найти сумму всех моментов, действующих на участки этой стороны. Сделать это можно, например, обратившись к рисунку 26, на котором показан график функции $y = x$. Действительно, величину $x_i\Delta x$ с точки зрения геометрии можно трактовать как площадь прямоугольника высотой x_i и длиной основания Δx. Тогда величина момента M_2 должна быть пропорциональна площади прямоугольного треугольника, длина катетов которого равна $a\cos 60^\circ$:

$$M_2 = 0{,}5\left(a\cos 60^\circ\right)^2 IB\,\mathrm{tg}\,30^\circ = \sqrt{3}\,a^2 IB/8.$$

Рассуждая аналогично, можно доказать, что на сторону треугольника AC должен действовать такой же вращающий момент, как и на сторону AD. Вспоминая правило нахождения направления вектора, равного векторному произведению двух других векторов (или правило нахождения направления силы Ампера), можно доказать, что моменты, действующие на стороны AD и AC, стремятся вызвать поворот треугольника в сторону, противоположную вращению, которое могло бы возникнуть под действием момента M_1. Поскольку $2M_2 < M_1$, то треугольник перестанет давить на опору при выбранном направлении тока в его сторонах, если вектор индукции $\vec{B}$ будет направлен так, как показано на рисунке 25, а его величина будет такой, чтобы выполнялось соотношение

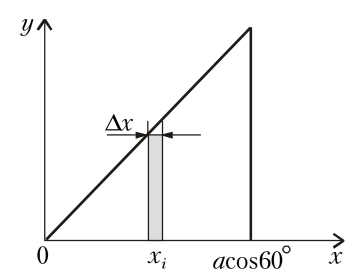

Рис. 26

$$M_1 = 2M_2 + M_{\text{т}}. \tag{5}$$

Решая полученную систему уравнений, найдем, что искомое значение индукции внешнего поля равно