энергию ее взаимодействия со всеми остальными молекулами, заполняющими полупространство. Используя очевидную симметрию задачи, выделим шаровой слой, ограниченный полусферами с радиусами r и $r + dr$. Сколько молекул dN содержится в этом слое? Объем слоя равен $2\pi r^2 dr$, концентрация молекул равна $n = \rho/m$ (ρ – плотность жидкости, m – масса одной молекулы), тогда

$$dN = \frac{\rho}{m} \cdot 2\pi r^2 dr\ .$$

Пусть потенциал парного взаимодействия описывается зависимостью (∗). Тогда суммарная энергия взаимодействия выделенной нами молекулы со всем полупространством будет описываться легко вычисляемым интегралом:

$$W_\Sigma = \frac{\rho}{m} \cdot 4W_m \int_{d_m}^{\infty} \left(\left(\frac{r_0}{r}\right)^{12} - \left(\frac{r_0}{r}\right)^{6} \right) \cdot 2\pi r^2 dr =$$

$$= 8\pi \frac{\rho}{m} W_m \left(-\frac{r_0^{12}}{9r^9} + \frac{r_0^6}{3r^3} \right)_{r=d_m}^{\infty} = -\frac{10}{9}\pi\rho \frac{W_m}{m} d_m^3\,.$$

На каждую молекулу в поверхностном слое приходится площадь d_m^2. Следовательно, поверхностная плотность энергии равна по величине

$$w = \frac{10}{9}\pi\rho \frac{W_m}{m} d_m\ .$$

Подставим данные для воды: $m = 18 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг $\approx$ $\approx 3 \cdot 10^{-26}$ кг, $\rho = 10^3$ кг/м^3, $d_m \approx 3\ \mathring{A} = 3 \cdot 10^{-10}$ м, $W_m =$ $= 10^{-20}$ Дж и получим $w \approx 0{,}35$ Дж/м^2.

Но поверхностная плотность энергии есть величина порядка коэффициента поверхностного натяжения воды, который при комнатных условиях равен $\sigma = 0{,}07$ Дж/м^2. Как видим, наша оценка, хотя и завышена, весьма удовлетворительна, если учесть грубость сделанных предположений.

Но при чем тут сосиски и алмазы? Очень даже при чем, и не только они. Например, существование капель воды тоже обеспечивается поверхностным натяжением. Так, капли дождя радиусом a, падая в атмосфере, сплющиваются аэродинамической силой сопротивления, равной силе тяжести (в установившемся режиме). Приравнивая эту силу «восстанавливающей» силе поверхностного натяжения – порядка $2\pi a\sigma$, – получим оценку предельного радиуса капли:

$$m_{\text{к}} g \sim 2\pi a \sigma,\ \text{где}\ m_{\text{к}} = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho\,,$$

откуда

$$a \sim \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}} = \sqrt{\frac{0{,}07\ \text{Дж/м}^2}{10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 10\ \text{м/с}^2}} \approx 2{,}6\ \text{мм}\,,$$

что вполне реально (понаблюдайте за летним ливнем).

Это поверхностное натяжение в случае кривой поверхности вызывает дополнительное давление внутри объема жидкости. Рассмотрим небольшой участок цилиндрической поверхности с радиусом кривизны R_1 и центральным углом $\Delta\alpha$ (рис.3,*а*). Если его длина l, то на каждую сторону действует сила, равная σl. Результирующая сила, как легко понять из рисунка 3,*б*, направлена к центру кривизны и равна

$$\Delta F = 2\sigma l \cdot \operatorname{tg}\frac{\Delta\alpha}{2} \approx \sigma l \Delta\alpha.$$

Учитывая, что длина дуги Δs связана с радиусом кривизны

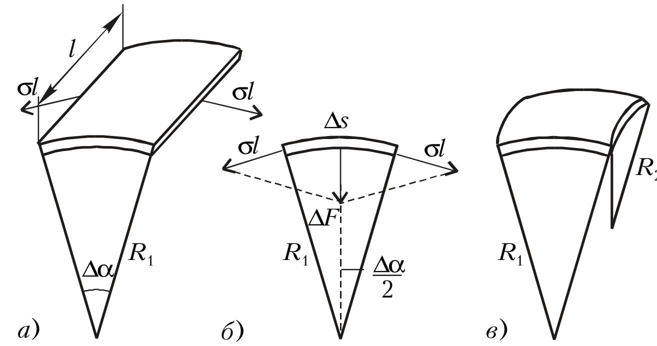

Рис. 3

соотношением $\Delta s = R_1 \Delta\alpha$, получим

$$\frac{\Delta F}{l \Delta s} = \frac{\sigma}{R_1}\,.$$

Но это ведь давление!

Понятно, что если участок поверхности не цилиндрический, а искривлен еще и в другой плоскости (радиус кривизны R_2; рис.3,*в*), то получим большее давление:

$$p_{\text{L}} = \sigma\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

(здесь индекс «L» подчеркивает наше уважение к Лапласу, чьим именем называют это избыточное давление под изогнутой поверхностью).

Из последней формулы ясно, например, почему сосиски при долгом кипении лопаются вдоль, а не поперек: натяжение их оболочки на цилиндрическом участке меньше, чем на сферических закруглениях, а давление содержимого можно считать постоянным во всех направлениях. Так же ведут себя и длинные газгольдеры – устройства для приема, хранения и выдачи газа.Конечно, в этих случаях поверхностное натяжение обеспечивается оболочкой сосиски или газгольдера.

А что же алмазы? Как известно, для их получения требуются высокие температуры и давления. Оказывается, и здесь на помощь приходит лапласовское давление. Оценим, какого размера алмаз можно получить из расплавленного углерода. Примем $\sigma = 5$ Дж/м^2, $p = 60 \cdot 10^3$ атм. Считая частицу сферической ($R_1 = R_2 = a$), из выражения для добавочного давления получим

$$a = \frac{2\sigma}{p} = \frac{2 \cdot 5\ \text{Дж/м}^2}{6 \cdot 10^9\ \text{Н/м}^2} \approx 15 \cdot 10^{-10}\ \text{м} = 15\ \mathring{A}\,.$$

Конечно, мелковатые алмазы, но для многих технологий весьма полезные.

Итак, варя сосиски и думая об алмазах, не теряйте чувства меры, ибо не напрасно один литературный герой как-то сказал, что бриллиант в тысячу карат – это по́шло.