

$M\omega^2 R^2/2$. Всего получается

$$W = \left(1 + \frac{R^2}{L^2}\right) \frac{M\omega^2 L^2}{2}.$$

Потенциальная энергия в обоих случаях рассчитывается одинаково. Видно, что по сравнению с первым случаем угловая скорость в любом месте траектории получается в одно и то же число раз меньше. Ясно, что во столько же раз возрастет и период колебаний:

$$T_1 = T_0 \sqrt{1 + \frac{R^2}{L^2}}.$$

А.Зильберман

Ф1841. С помощью бензиновой горелки в помещении поддерживается температура $t_1 = -3^\circ\text{C}$ при температуре на улице $t_2 = -23^\circ\text{C}$. Предполагается использовать бензин в движке с КПД $\eta = 0,4$, а с помощью полученной механической энергии запустить тепловой насос, перекачивающий по идеальному холодильному циклу тепло с улицы в комнату. Какую температуру удастся в таком случае поддерживать в помещении при прежнем расходе бензина? Движок находится вне помещения.

Мощность теплового потока из комнаты пропорциональна разности комнатной и уличной температур, т.е. в установившемся режиме при использовании горелки можно записать

$$N = k(T_1 - T_2),$$

где N – мощность горелки, k – коэффициент пропорциональности.

Идеальный холодильник работает по обратному циклу Карно. Пусть N_0 – мощность, отнимаемая агрегатом у окружающей среды, тогда

$$\frac{\eta N}{N_0} = \frac{T_3 - T_2}{T_2}, \text{ откуда } N_0 = \frac{T_2 \eta N}{T_3 - T_2}.$$

В установившемся режиме мощность теплового потока в комнату равна

$$N' = N_0 + \eta N = k(T_3 - T_2).$$

Подставив сюда выражения для N_0 и N и сократив на k , получим

$$\frac{T_2 \eta (T_1 - T_2)}{T_3 - T_2} + \eta (T_1 - T_2) = T_3 - T_2.$$

Из этого квадратного относительно T_3 уравнения найдем искомую температуру:

$$T_3 = 299 \text{ К, или } t_3 = 26^\circ\text{C}.$$

Второе решение $T_3' = 209 \text{ К, или } t_3' = -64^\circ\text{C}$, отвечает работе агрегата на охлаждение комнаты.

В.Белонучкин

Ф1842. Две тонкие медные проволоки одинаковой длины соединили параллельно и подключили последовательно с лампочкой к источнику постоянного напряжения. Первая проволока нагрелась на 16°C выше комнатной температуры, а вторая – в $\alpha = 2$ раза меньше. На сколько градусов выше комнатной температуры нагреются проволоки, если их параллельное соединение заменить последовательным? Сопротив-

ление каждой из проволок много меньше сопротивления лампочки и источника, зависимость сопротивления проволок от температуры не учитывать.

Пусть r_1 и r_2 – радиусы проволок, l – их длина. Тогда сопротивления проволок составляют

$$R_1 = \frac{\rho l}{\pi r_1^2}, \quad R_2 = \frac{\rho l}{\pi r_2^2}.$$

Мощности электрического тока, выделяющиеся на каждой из проволок при параллельном соединении, равны

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2 \pi r_1^2}{\rho l}, \quad P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2 \pi r_2^2}{\rho l},$$

где U – напряжение на проволоках. В установившемся режиме, когда первая проволока нагрелась на Δt_1 , а вторая на Δt_2 , вся мощность электрического тока уходит через боковые поверхности проволок и идет на нагревание окружающей среды:

$$P_1 = k \cdot 2\pi r_1 l \Delta t_1, \quad P_2 = k \cdot 2\pi r_2 l \Delta t_2,$$

где k – коэффициент пропорциональности. Тогда получим

$$U^2 r_1 = 2k\rho l^2 \Delta t_1, \quad U^2 r_2 = 2k\rho l^2 \Delta t_2,$$

или

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \alpha.$$

Следовательно, отношение токов через проволоки при параллельном соединении равно

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U/R_1}{U/R_2} = \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \alpha^2.$$

Поскольку сопротивление каждой из проволок много меньше сопротивления лампочки и источника, при замене параллельного соединения на последовательное сила общего тока в цепи не изменится:

$$I = I_1 + I_2 = (1 + \alpha^2) I_2.$$

Нагрев проволок (от комнатной температуры) в обоих случаях прямо пропорционален выделяющейся на них мощности электрического тока:

$$\frac{\Delta t_1'}{\Delta t_1} = \frac{P_1'}{P_1} = \frac{I^2 R_1}{I_1^2 R_1} = \left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2}\right)^2,$$

$$\frac{\Delta t_2'}{\Delta t_2} = \frac{P_2'}{P_2} = \frac{I^2 R_2}{I_2^2 R_2} = (\alpha^2 + 1)^2,$$

где штрихованные переменные относятся к последовательному подключению проволок. Отсюда находим

$$\Delta t_1' = \left(\frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2}\right)^2 \Delta t_1 = 25^\circ\text{C},$$

$$\Delta t_2' = (\alpha^2 + 1)^2 \frac{\Delta t_1}{\alpha} = 200^\circ\text{C}.$$

В.Ефимов

Ф1843. Частица массой m с зарядом q движется с постоянной по модулю скоростью в области пространства, где имеются три взаимно перпендикулярных поля: электрическое с напряженностью \vec{E} , магнитное с индукцией \vec{B} и поле тяжести \vec{g} (см. рису-