XXVIII Всероссийская олимпиада школьников по математике

В этом году четвертый, окружной этап Всероссийской математической олимпиады проходил с 26 по 30 марта в шести городах: Владивостоке, Кемерове, Ижевске, Волгограде, Вологде, Долгопрудном, а пятый, заключительный этап олимпиады проводился с 21 по 29 апреля в Майкопе – столице Республики Адыгея. В заключительном этапе приняли участие 77 школьников, выступавших по программе 9 класса (из них три семиклассника и пятнадцать восьмиклассников!), 55 – по программе 10 класса и 67 – по программе 11 класса.

Отметим успешное выступление на олимпиаде семиклассника Саши Магазинова из Ярославля, получившего диплом II степени по девятому классу. Гостями олимпиады были школьники из Китая, представлявшие специализированную математическую Северо-Восточную Юйцай школу. Они выступили очень успешно, завоевав один диплом I степени, один – II степени и четыре – III степени.

По мнению участников, лучшими задачами олимпиады были задачи 6 для 9 класса, 8 для 10 класса и 4 для 11 класса. По результатам олимпиады была сформирована команда России для участия в XLIII Международной математической олимпиаде, которая в этом году состоится в Великобритании, в Глазго. В команду вошли Андрей Халявин (Киров), Михаил Дубашинский (Санкт-Петербург), Андрей Бадзян (Челябинск), Олег Гольберг (Ростов-на-Дону), Олег Стырт (Омск), Кирилл Сухов (Санкт-Петербург).

В заключение организаторы олимпиады выражают благодарность спонсору заключительного этапа – Исполкому СПС.

Задачи олимпиады

Окружной этап

8 класс

1. Можно ли все клетки таблицы 9×2002 заполнить натуральными числами так, чтобы сумма чисел в любом столбце и сумма чисел в любой строке были бы простыми числами?

О.Подлипский

2. Клетки квадрата 9×9 окрашены в красный и синий цвета. Докажите, что найдется клетка, у которой ровно два красных соседа по углу, или клетка, у которой ровно два синих соседа по углу (или и то и другое).

Ю.Лифшиц

3. Имеется 11 пустых коробок. За один ход можно положить по одной монете в какие-то 10 из них. Играют двое, ходят по очереди. Побеждает тот, после хода которого впервые в одной из коробок окажется 21 монета. Кто выигрывает при правильной игре?

И.Рубанов

4. Дан треугольник ABC с попарно различными сторонами. На его сторонах построены внешним образом правильные треугольники ABC_1, BCA_1, CAB_1. Докажите, что треугольник $A_1B_1C_1$ не может быть правильным.

Ю.Лифшиц

5. Написанное на доске четырехзначное число можно заменить на другое, либо прибавив к двум его соседним цифрам по единице, если ни одна из этих цифр не равна 9, либо вычтя из соседних двух цифр по единице, если ни одна из них не равна 0. Можно ли с помощью таких операций из числа 1234 получить число 2002?

Н.Агаханов

6. Каждую сторону выпуклого четырехугольника продолжили в обе стороны и на всех восьми продолжениях отложили равные между собой отрезки. Оказалось, что получившиеся 8 точек – внешние концы построенных отрезков – различны и лежат на одной окружности. Докажите, что исходный четырехугольник – квадрат.

Н.Агаханов

7. По шоссе мимо наблюдателя проехали «Москвич», «Запорожец» и двигавшаяся им навстречу «Нива». Известно, что когда с наблюдателем поравнялся «Москвич», то он был равноудален от «Запорожца» и «Нивы», а когда с наблюдателем поравнялась «Нива», то она была равноудалена от «Москвича» и «Запорожца». Докажите, что «Запорожец» в момент проезда мимо наблюдателя был равноудален от «Нивы» и «Москвича». (Скорости автомашин считаем постоянными. В рассматриваемые моменты равноудаленные машины находились по разные стороны от наблюдателя.)

С.Токарев

8. Среди 18 деталей, выставленных в ряд, какие-то три подряд стоящие имеют массу по 99 г., а все остальные – по 100 г. Двумя взвешиваниями на весах со стрелкой определите все 99-граммовые детали.

С.Токарев

9 класс

1. См. задачу 2 для 8 класса.

2. Приведенный квадратный трехчлен с целыми коэффициентами в трех последовательных целых точках принимает простые значения. Докажите, что он принимает простое значение по крайней мере еще в одной целой точке.

Н.Агаханов

3. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) точка O – центр описанной окружности. Точка M лежит на отрезке BO, точка M' симметрична M относительно середины AB. Точка K – точка пересечения $M'O$ и AB. Точка L на стороне BC такова, что $\angle CLO = \angle BLM$. Докажите, что точки O, K, B, L лежат на одной окружности.

С.Злобин

4. На плоскости расположены $\left[\frac{4}{3}n\right]$ прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат. Известно, что любой прямоугольник пересекается хотя бы с n прямоугольниками. Докажите, что найдется прямоугольник, пересекающийся со всеми. (Как обычно, $[x]$ означает целую часть числа x.)

В.Дольников