

Институт криптографии, связи и информатики  
Академии ФСБ РФ

**МАТЕМАТИКА**

Письменный экзамен

**Вариант 1**

(факультеты прикладной математики и информационной безопасности)

1. Найдите все значения  $x$ , при которых определены три числа:  $-3 - \sqrt{5 - x}$ ;  $|x - 2| - 4$ ;  $-2x - 3$ , и наибольшее из этих чисел отрицательно.
2. Решите уравнение  
$$2 - \sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 4 \cos^2 3x.$$
3. Первый член арифметической прогрессии равен  $b$ , а ее разность равна 5. Найдите все значения параметра  $b$ , при которых сумма первых  $n$  членов этой прогрессии достигает своего минимального значения при  $n = 30$ .
4. В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $45^\circ$ . Из основания  $K$  биссектрисы  $CK$  проведены перпендикуляры  $KM$  и  $KN$  к сторонам  $AC$  и  $BC$  соответственно. Найдите отношение длин сторон  $AB$  и  $AC$ , если  $CN = MN$ .
5. Какое из двух чисел больше:

$$3 \log_3 13 \text{ или } \sqrt{9 \log_3 13 + 28} ?$$

Ответ обоснуйте. Таблицами и калькулятором пользоваться не разрешается.

6. Решите неравенство

$$\left| x - 4^{1+\sqrt{3-x}} \right| \leq \frac{5}{3} x - 4 \cdot 4^{\sqrt{3-x}}.$$

**Вариант 2**

(факультеты специальной техники и информационной безопасности)

1. Число 28 представлено в виде суммы двух слагаемых  $a$ ,  $b$  так, что сумма  $a^3 + b^3$  минимальна. Найдите  $a$ ,  $b$ .
2. Сколько различных корней имеет уравнение  $\sin 3x - \sin 7x = 0$  на отрезке  $x \in [0; 2\pi]$ ?
3. Решите уравнение

$$\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x+4)(x-1)} = 1.$$

4. Решите неравенство  $\log_{1/\sqrt{5}} \log_4(x^2 - 2x - 4) > 0$ .
5. Машина выезжает из пункта  $A$  в пункт  $B$  и, доехав до  $B$ , тут же поворачивает обратно. Через 5 часов после выезда машина была в 80 км от  $B$ , а еще через час – в 160 км от  $A$ . Известно, что на весь путь туда и обратно машина затратила не более 15 часов. Найдите расстояние от  $A$  до  $B$ .
6. Основание треугольника делится высотой на отрезки 36 см и 14 см. Перпендикулярно к основанию проведена прямая, делящая треугольник на две равновеликие части. На какие отрезки эта прямая делит основание треугольника?

**ФИЗИКА**

Письменный экзамен

**Вариант 1**

(факультеты специальной техники и информационной безопасности)

1. Тело брошено с высоты  $H$  над поверхностью земли горизонтально со скоростью  $v_0$ . Найдите дальности  $L$  полета тела.

2. Пуля летит горизонтально со скоростью  $v_0$ , пробивает лежащую на горизонтальной поверхности стола коробку и вылетает в том же направлении со скоростью  $v_0/3$ . Масса коробки в пять раз больше массы пули. Коэффициент трения скольжения между коробкой и столом  $\mu$ . 1) Найдите скорость  $v$  коробки сразу после вылета из нее пули. 2). На какое расстояние  $s$  продвинется коробка? Время взаимодействия пули и коробки мало.

3. В схеме, изображенной на рисунке 1, известны сопротивления резисторов  $R_1$  и  $R_2$ , емкость конденсатора  $C$ , ЭДС  $E$  батареи с пренебрежимо малым внутренним сопротивлением. Первоначально ключ  $K$  находится в положении 1, по цепи течет постоянный ток. Какое количество теплоты  $Q_2$  выделится на резисторе сопротивлением  $R_2$  после переключения ключа из положения 1 в положение 2? Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

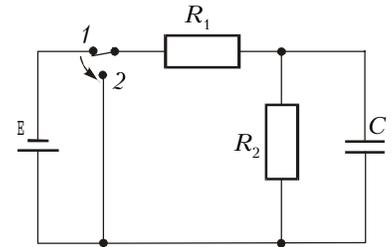


Рис. 1

4. Запаянную пробирку с газом охладили до температуры  $T = 283$  К. Давление при этом упало до 70% первоначального давления. Найдите начальную температуру  $T_0$  газа. Изменением объема пробирки пренебречь.

5. Солнечный луч, проходящий через отверстие в ставне, составляет с горизонтальной поверхностью стола угол  $\alpha = 48^\circ$ . Под какими углами  $\beta$  к поверхности стола можно расположить плоское зеркало, чтобы изменить направление луча на горизонтальное? Ответ поясните рисунком.

**Вариант 2**

(факультеты прикладной математики и информационной безопасности)

1. Вагон шириной  $d$ , движущийся прямолинейно со скоростью  $v$ , был пробит пулей, двигавшейся все время перпендикулярно плоскости движения вагона. Смещение отверстия в стенках вагона относительно друг друга равно  $l$ . Определите скорость  $v_1$  движения пули.

2. Груз, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, свободного вращения в вертикальной плоскости. В верхней точке окружности скорость груза равна  $v$ . Сила натяжения нити в нижней точке окружности в  $n$  раз превышает силу натяжения нити в верхней точке окружности. Определите длину нити  $L$ .

3. В однородное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  помещено проволочное кольцо радиусом  $a$ , ось которого совпадает с направлением магнитного поля (рис.2). От центра к кольцу отходят два одинаковых проводящих стержня, имеющих электрический контакт между собой и кольцом. Один стержень неподвижен, а другой равномерно вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси кольца. За один полный оборот стержня по нему протекает заряд  $Q$ . Найдите: 1) суммарное электрическое сопротивление  $R$  стержней; 2) тепловую мощность  $P$ , выделяющуюся в цепи в процессе вращения. Сопротивлением кольца пренебречь.

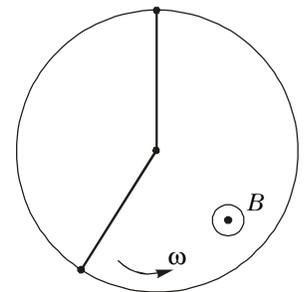


Рис. 2