Перейдем в систему отсчета, связанную с первым телом и движущуюся поступательно относительно лаборатории. В этой системе положение точки *2* в любой момент времени определяется вектором

$$\vec{r}'(t)=\vec{r}_2(t)-\vec{r}_1(t)=\left(\vec{r}_{02}-\vec{r}_{01}\right)+\left(\vec{v}_2-\vec{v}_1\right)t. \qquad (*)$$

Отсюда следует, что в подвижной системе отсчета точка *2* движется по прямой, проходящей через начальное положение точки, определяемое равенством $\vec{r}_0'=\vec{r}_{02}-\vec{r}_{01}$, а направляющим вектором прямой является относительная скорость $\vec{v}'=\vec{v}_2-\vec{v}_1$. Рисунок 2 наглядно иллюстрирует приведенные соотношения.

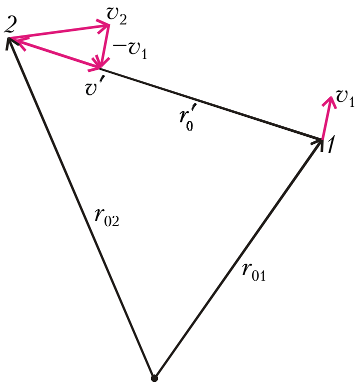

Рис. 2

При произвольных абсолютных скоростях $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соотношение $(*)$ описывает пучок прямых, проходящих через начальную точку. И только одна из этих прямых проходит через начало отсчета подвижной системы. Это происходит в том случае, когда векторы $\vec{r}_0'$ и $\vec{v}'$ антипараллельны, т.е. соответствующие единичные векторы имеют противоположные знаки:

$$\frac{\vec{r}_{02}-\vec{r}_{01}}{\left|\vec{r}_{02}-\vec{r}_{01}\right|}=\frac{\vec{v}_1-\vec{v}_2}{\left|\vec{v}_1-\vec{v}_2\right|}.$$

Равнопеременное движение

Как известно, в этом случае зависимости скорости и перемещения от времени имеют вид

$$\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\vec{a}\,t,$$

$$\vec{s}(t)=\vec{r}(t)-\vec{r}_0=\vec{v}_0\,t+\frac{\vec{a}\,t^2}{2},$$

где $\vec{a}=\mathrm{const}$ – ускорение.

Среди всевозможных случаев равнопеременного движения особое место занимает движение под действием гравитационных сил – свободное падение тел в однородном поле тяжести с постоянным ускорением $\vec{a}=\vec{g}$. Зависимость вектора скорости от времени при свободном падении иллюстрирует рисунок 3. Из соотношения для перемещения следует, что при свободном падении вектор перемещения материальной точки за время от 0 до t равен сумме векторов $\vec{v}_0\,t$ и $\dfrac{\vec{g}\,t^2}{2}$ (рис.4). Это означает, в частности, что движение тела, брошенного под углом к горизонту, есть суперпозиция равномерного прямолинейного движения со скоростью $\vec{v}_0$ и свободного падения в однородном поле тяжести с нулевой начальной скоростью.

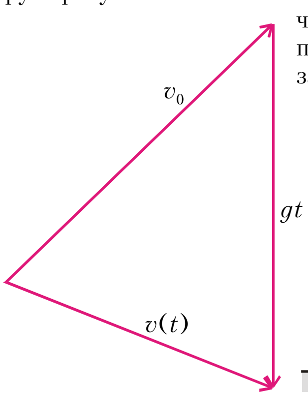

Рис. 3

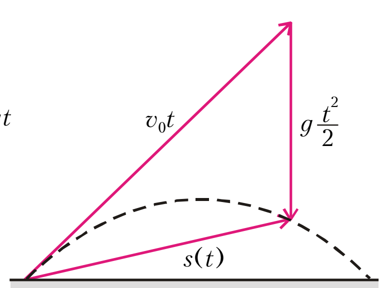

Рис. 4

Задача 3. *Мышонок стреляет из рогатки "точно" в кота, сидящего на ветке дерева. (Вектор начальной скорости камня направлен на кота). Через $t=1$ с камень падает на землю в точку, находящуюся на одной вертикали с котом. На какой высоте H находился кот? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.*

Перемещение камня за время полета t равно

$$\vec{r}(t)=\vec{v}_0\,t+\frac{\vec{g}\,t^2}{2}$$

(считаем $\vec{r}_0=\vec{0}$). Изобразим эти векторы на рисунке 5. Отсюда получаем

$$H=\frac{gt^2}{2}=5\text{ м}.$$

Если бы гравитационные силы не действовали на камень, то через $t=1$ с он действительно попал бы в кота.

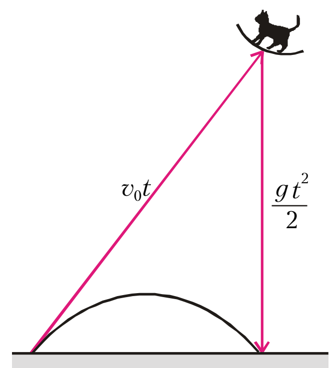

Рис. 5

Заметим, что перемещение камня, брошенного под углом к горизонту, можно представить также в виде полусуммы начальной $\vec{v}_0$ и конечной $\vec{v}(t)$ скоростей, умноженной на время t:

$$\vec{s}(t)=\vec{r}(t)-\vec{r}_0=\vec{v}_0\,t+\frac{\vec{g}\,t^2}{2}=\frac{\vec{v}_0+\vec{v}_0+\vec{g}\,t}{2}t=\frac{\vec{v}_0+\vec{v}(t)}{2}t.$$

Задача 4. *Мышонок стреляет из рогатки в кота, сидящего на ветке дерева. Через $t=1$ с камень попадает в ветку прямо у лап кота. На каком расстоянии s от мышонка находился кот, если известно, что векторы $\vec{v}_0$ и $\vec{v}(t)$ взаимно перпендикулярны? Ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.*

Искомое расстояние есть абсолютная величина (модуль) вектора перемещения камня за время полета t:

$$s=\left|\vec{s}(t)\right|=\frac{\left|\vec{v}_0+\vec{v}(t)\right|}{2}t.$$

В момент времени t вектор скорости $\vec{v}(t)$ перпендикулярен вектору $\vec{v}_0$ и равен $\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\vec{g}\,t$ (рис.6). Диагонали изображенного на рисунке 6 прямоугольника равны

$$\left|\vec{v}_0+\vec{v}(t)\right|=\left|\vec{v}(t)-\vec{v}_0\right|=\left|\vec{g}\,t\right|=gt.$$

Тогда искомое расстояние будет равно

$$s=\frac{gt^2}{2}\approx 5\text{ м}.$$

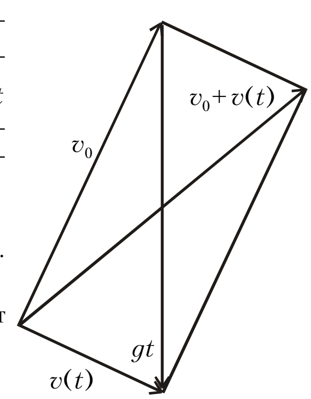

Рис. 6