

сатора емкостью C достигается в тот момент, когда напряжение конденсатора емкостью $2C$ минимально. Но это означает, что мгновенные значения токов конденсаторов равны нулю, а следовательно, и ток катушки в этот момент также нулевой. Обозначим максимальное напряжение конденсатора емкостью C через U , тогда заряд конденсатора емкостью $2C$ в этот момент равен $Q = 2C(U_0 - U)$, а батарейка к этому моменту совершит работу $A = QU_0$. Запишем баланс энергий:

$$QU_0 = \frac{CU^2}{2} + \frac{2C(U_0 - U)^2}{2}.$$

Отсюда

$$U = U_0 \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

А.Зильберман

Ф1801. Два груза массой m каждый подвешены к горизонтальному потолку с помощью двух невесомых и нерастяжимых нитей длиной l_1 и l_2 соответственно (рис.1). Грузы соединены легким жестким стержнем. В положении равновесия нити вертикальны. Определите период малых колебаний системы в плоскости рисунка.

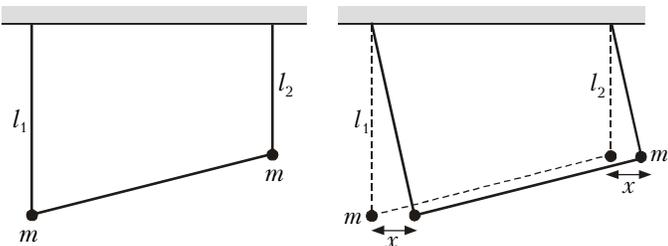


Рис.1

Рис.2

При малых колебаниях можно в первом приближении считать, что грузы смещаются в горизонтальном направлении на одинаковую величину x , так как соединяющий их стержень жесткий (рис.2). Высота поднятия каждого из грузов равна

$$y_{1,2} = l_{1,2} - l_{1,2} \sqrt{1 - \frac{x^2}{l_{1,2}^2}} \approx \frac{x^2}{2l_{1,2}}.$$

Поэтому потенциальная энергия системы грузов равна

$$E_p = mg(y_1 + y_2) = \frac{mg}{2} \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) x^2.$$

Скорости грузов в первом приближении одинаковы:

$$v_{1,2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_{1,2}}{dt}\right)^2} \approx \frac{dx}{dt} \sqrt{1 + \frac{x^2}{l_{1,2}^2}} \approx \frac{dx}{dt} = v.$$

Поэтому кинетическая энергия системы равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mv^2.$$

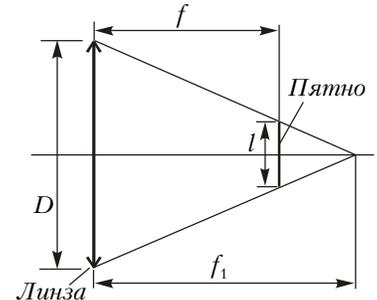
Известно, что если потенциальная энергия системы равна $kx^2/2$, а кинетическая равна $Mv^2/2$, то период колеба-

ний равен $2\pi\sqrt{M/k}$. Поэтому в нашем случае период малых колебаний равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{mg\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2}\right)}} = 2\pi \sqrt{\frac{2l_1l_2}{g(l_1 + l_2)}}.$$

Р.Компанеец

Ф1802. Фотографию Буратино – вид спереди, расстояние до аппарата 1 м – делают при помощи простого фотоаппарата с фокусным расстоянием объектива 5 см. На фотографии глаза оказались точно «в фокусе», а вот кончик носа получился размытым. До какого диаметра нужно диафрагмировать объектив, чтобы сделать четкой всю фотографию? У Буратино нос «морковкой», он перпендикулярен плоскости лица и имеет длину 30 см. На упаковке пленки загадочная надпись: «400 линий на миллиметр».



Найдем по формуле линзы расстояние f от линзы до фотопластинки:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}, \quad f = \frac{dF}{d - F}.$$

Теперь найдем расстояние f_1 от линзы до изображения кончика носа Буратино:

$$f_1 = \frac{d_1F}{d_1 - F},$$

причем $d_1 = d - L$, где L – длина носа. Из подобия треугольников (см. рисунок) получим

$$\frac{l}{D} = \frac{f_1 - f}{f_1} = \frac{Fl}{(d - L)(d - F)} = \frac{0,05 \cdot 0,3}{(1 - 0,3)(1 - 0,05)} = 0,023.$$

Если попытаться использовать все возможности фотопленки, размер зерна которой равен примерно $1/400$ мм, то пятно не должно быть больше этой величины. Тогда диаметр открытой части линзы составит 0,1 мм – это неподходящая величина, поскольку при этом сильно проявятся дифракционные эффекты, да и длительность съемки придется сделать очень большой.

Обойдемся требованиями поскромнее: при размерах кадра 24 на 36 мм вполне допустимо размытие на 0,05 – 0,1 мм, а это дает диаметр открытой части линзы 2–4 мм, что уже вполне реально.

Р.Александров