

Очевидно, что в точке пересечения лучей интенсивность радиоизлучения I может во много раз превышать исходную величину I_0 . Но во сколько раз? От численного значения коэффициента усиления $K = I/I_0$ зависит реальность тех заманчивых предложений, о которых говорилось выше. Точно рассчитать величину K практически невозможно, так как для этого надо было бы знать коэффициент преломления по всей толщине тропосферы во всех местах земного шара. Однако приблизительные оценки (они нас вполне устроят) делаются легко.

Взгляните на рисунок 4. Видно, что через круговую площадку радиусом Δr с центром на оси x в точке X_{\min} проходят те лучи, которые прошли через узкое кольцо шириной Δz , примыкающее к земному шару. Площадь кольца (его называют входной апертурой линзы) равна приблизительно $S_0 = 2\pi a \Delta z$, а площадь кружка (фокального пятна) равна $S = \pi(\Delta r)^2$. Из закона сохранения энергии в лучевом конусе следует, что $I_0 S_0 = IS$, и искомый коэффициент усиления интенсивности равен

$$K = \frac{S_0}{S} \approx \frac{2a\Delta z}{(\Delta r)^2}.$$

Лучи, идущие на некоторой высоте z над горизонтом, не проходят через центр фокального пятна. Обозначим их удаление от оси x на расстоянии X_{\min} через r . Между z и r существует определенная зависимость (мы установим ее несколько позже), но для небольших Δz и Δr можно считать, что

$$\Delta z = \frac{dz}{dr} \Delta r.$$

Тогда

$$K = \frac{2adz/dr}{\Delta r} = \frac{2a}{\Delta r(dr/dz)}.$$

Видно, что чем меньше радиус площадки Δr , тем больше коэффициент усиления линзы.

Существует предельно малое значение Δr_{\min} , в пределах которого могут сконцентрироваться лучи. Это ограничение связано с дифракцией волн, поэтому $\Delta r_{\min} \approx X_{\min} \Delta \varphi_{\text{дифф}} \approx 1,4 \cdot 10^{-3}$ км = 1,4 м. Как видим, фокальный кружок получился очень маленьким.

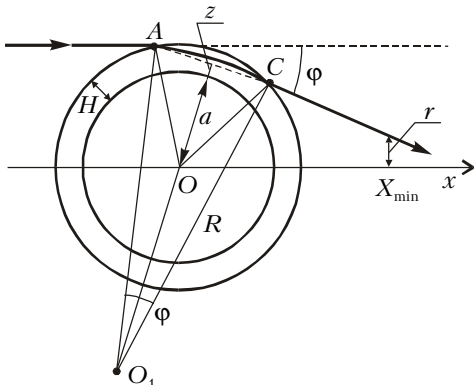


Рис.5. Траектория луча, проходящего в тропосфере на высоте z над Землей

Для определения K надо еще найти производную dr/dz . Схема вычисления поясняется рисунком 5. Будем считать для упрощения расчетов, что тропосфера имеет толщину $H \approx 12$ км, и выше этой границы лучи не преломляются. Учитывая малость угла $\varphi(z)$, связь между z и r запишем в виде

$$r \approx (a + z) - X_{\min} \varphi(z).$$

Луч, пришедший параллельно оси x , в пределах тропосферы распространяется по дуге AC . Радиус этой окружности в стандартных условиях составляет $R \approx 25000$ км. Для малых φ угол преломления можно определить как отношение хорды AC к радиусу R :

$$\varphi = \frac{AC}{R} = \frac{2\sqrt{(a+H)^2 - (a+z)^2}}{R} \approx \frac{2\sqrt{2a(H-z)}}{R}.$$

Интересно сравнить результаты расчета с взятым ранее значением $\varphi \approx 2^\circ$. При $z = 0$, $H = 12$ км, $a = 6400$ км, $R = 25000$ км найдем $\varphi(0) \approx 1,7^\circ$. Получилась несколько заниженная величина, но согласие можно считать вполне удовлетворительным.

Вернемся к определению dr/dz . Согласно приведенному выражению для r , получим

$$\frac{dr}{dz} \approx 1 - X_{\min} \frac{d\varphi}{dz} \approx 1 + \frac{X_{\min} \sqrt{2a}}{R\sqrt{H-z}}.$$

Для луча, проходящего через центр фокального пятна ($r = 0$, $z = 0$),

$$\left. \frac{dr}{dz} \right|_{z=0} \approx 1 + \frac{X_{\min}}{R} \sqrt{\frac{2a}{H}} \approx 240.$$

Теперь нам известны все величины для определения коэффициента усиления, и искомая оценка K_{\max} , соответствующая Δr_{\min} , такова: $K_{\max} \approx 3,7 \cdot 10^4$. Получился вполне обнадеживающий результат: от атмосферной линзы можно ожидать усиления интенсивности в десятках тысяч раз. Если бы это было действительно так! Увы, наш расчет относится к идеализированной линзе, которая образуется совершенно однородной тропосферой. На самом деле коэффициент преломления воздуха меняется не только регулярным образом, уменьшаясь с высотой, что мы учли, используя радиус кривизны луча R , но и испытывает случайные отклонения от среднего значения, на что мы не обращали внимания.

Случайные изменения $n(r, t)$ вызывают непредсказуемые отклонения луча в пределах некоторого угла рассеяния $\Delta \varphi_{\text{расс}}$. Если $\Delta \varphi_{\text{расс}}$ окажется больше $\Delta \varphi_{\text{дифф}}$, то радиус фокальной площадки Δr возрастет, и коэффициент усиления линзы уменьшится. С флуктуациями коэффициента преломления связано, например, мерцание далеких огней. Это красивое зрелище — настоящий бич для астрономических наблюдений. Изображения звезд «пляшут» в фокусе телескопа, ограничивая разрешающую способность инструмента. Чтобы уменьшить влияние случайных неоднородностей тропосферы, телескопы устанавливают высоко в горах, а радикальной мерой являются внеатмосферные наблюдения из космоса. Астрономы давно измерили