

Новый прием в школы-интернаты при университетах

Специализированный учебно-научный центр (сокращенно — СУНЦ) при МГУ (школа им. академика А.Н.Колмогорова), СУНЦ НГУ, СУНЦ УрГУ и Академическая гимназия при СПбГУ объявляют набор школьников в 10 (двухгодичное обучение) и 11 (одногодичное обучение) классы.

Обучение ведется на двух отделениях: физико-математическом и химико-биологическом. В составе физико-математического отделения кроме основного профиля предлагаются компьютерно-информационный, биофизический (СУНЦ МГУ) и экономический. Химико-биологическое отделение представлено специализациями по химии и биологии.

Зачисление в школу производится на конкурсной основе по итогам нескольких туров. Первый тур — заочный письменный экзамен по математике, физике, химии. Успешно выдержавшие письменный экзамен по решению Приемной комиссии в апреле — мае приглашаются в областные центры Российской Федерации на устные экзамены.

Ниже приводятся условия задач заочного вступительного экзамена. Работа должна быть выполнена в обычной учебной тетради (на титульном листе напишите желаемый профиль обучения). На первой странице укажите свои анкетные данные: 1) фамилию, имя, отчество (полностью); 2) домашний адрес (подробный), индекс; 3) подробное название школы, класс.

Работу отправляйте простой бандеролью (обязательно вложите конверт с маркой, заполненный на свой домашний адрес) по одному из следующих адресов:

121357 Москва, Кременчугская ул., 11, СУНЦ МГУ, Приемная комиссия, заочный экзамен (внимание: жители Москвы принимаются в учебный центр без предоставления общежития, телефон для справок 445-11-08);

199034 Санкт-Петербург, Университетская наб., 7/96, Академическая гимназия;

620137 Екатеринбург, ул. Голощекина, 30, СУНЦ УрГУ; 630090 Новосибирск, ул. Пирогова, 11, Учебно-научный центр НГУ, Олимпиадный комитет.

Срок отправки работ — не позднее 10 марта 2002 года (по почтовому штемпелю). Работы, высланные позже этого срока, рассматриваться не будут.

Если вы не сможете решить все задачи, не отчаивайтесь — комиссия рассмотрит работы с любым числом решенных задач.

Желаем успеха!

Вступительное задание

МАТЕМАТИКА

Для поступающих в 10 класс

1. Найдите

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2},$$

если

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1, \quad \frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0.$$

2. В прямоугольном треугольнике ABC с катетами $AC = 6$ и $BC = 8$ проведена медиана CM . Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в треугольники ACM и BCM .

3. Найдите все пары простых чисел p и q , для которых

$$p^2 - 6q^2 = 1.$$

4. Через точку A , находящуюся вне окружности на рассто-

янии 7 от ее центра, проведена прямая, пересекающая окружность в точках B и C . Найдите радиус окружности, если $AB = 3$, $BC = 5$.

5. Какое максимальное количество натуральных чисел от 1 до 50 можно выбрать так, чтобы среди них не было двух чисел, отличающихся ровно в 3 раза?

Для поступающих в 11 класс

1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^3 - \sqrt{y} = y^3 - \sqrt{x}, \\ x^2 - xy + y^2 = 1. \end{cases}$$

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена биссектриса CD . На прямой AC взята точка E так, что угол EDC равен 90° . Найдите CE , если $AD = a$.

3. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$3xy - 5 = x^2 + 2y.$$

4. Сколько существует различных окружностей, проходящих через всевозможные тройки вершин куба?

5. Груз массой 36 т упакован в невесомые ящики. Масса груза в каждом ящике не превышает 1 т. Какое наименьшее количество четырехтонных грузовиков понадобится, чтобы наверняка можно было увезти этот груз (грузовики запрещается перегружать!)?

ФИЗИКА

Для поступающих в 10 класс

1. Материальная точка движется из начала координат вдоль оси X по закону $x(t) = At - Bt^2$, где A и B — положительные постоянные. Найдите координату точки, в которой ее скорость равна нулю.

2. Тело массой m находится на наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом (рис.1). К телу приложена сила \vec{F} , направленная горизонтально. Чему должна быть равна величина этой силы, чтобы тело равномерно поднималось по наклонной плоскости вверх? Коэффициент трения между телом и плоскостью μ .

3. Определите силу натяжения нити, связывающей два шарика объемом 8 см^3 каждый, если верхний шарик плавает, наполовину погружившись в воду (рис.2). Нижний шарик в 3 раза тяжелее верхнего. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$, $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ г/см}^3$.

4. Два автомобиля имеют одинаковой мощности. Максимальные скорости движения автомобилей равны, соответственно, $v_1 = 80 \text{ км/ч}$ и $v_2 = 120 \text{ км/ч}$. Какую максимальную скорость смогут развивать автомобили, если первый автомобиль возьмет на буксир второй (с выключенным мотором)? Считать силу сопротивления независимой от скорости.

5. При свободном падении тела из состояния покоя средняя скорость его движения за последнюю секунду оказалась в $n = 2$ раза больше,

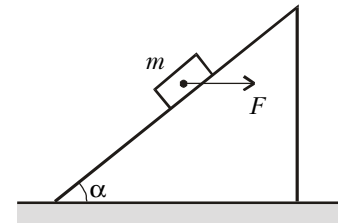


Рис. 1

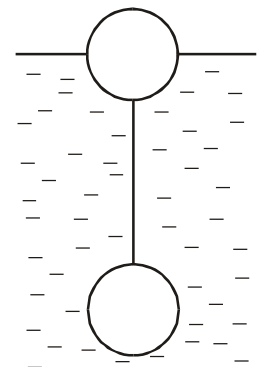


Рис. 2

чем в предыдущую. Определите высоту, с которой падало тело. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Для поступающих в 11 класс

1. Тело, брошенное под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, через время $t_1 = 2 \text{ с}$ после начала движения имело вертикальную проекцию скорости, равную $v_y = 10 \text{ м/с}$. Определите дальность полета тела. Принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2. Два прямоугольных бруска, массы которых равны, движутся по наклонной плоскости с углом наклона α одно за другим, касаясь друг друга. Коэффициент трения для нижнего тела μ_1 , для верхнего μ_2 ($\mu_1 > \mu_2$). Найдите ускорение, с которым движутся тела.

3. Определите работу, совершенную одним молекул идеального газа в цикле, указанном на pV -диаграмме (рис.3), если температура газа в состояниях 1 и 2 равна T_1 и T_2 соответственно.

Рис. 3

4. Электрон, начальная скорость которого была $v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$, влетел в однородное электростатическое поле с напряженностью $E = 9 \cdot 10^4 \text{ В/м}$ так, что вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности. Определите, во сколько раз увеличится кинетическая энергия электрона за время $t = 1 \cdot 10^{-10} \text{ с}$. Считать $e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$.

5. Два резистора r и R подключены к источнику постоянного напряжения так, как показано на рисунке 4. При замыкании ключа K мощность, выделяемая на резисторе R , увеличивается в 2 раза. Чему равно сопротивление резистора r , если сопротивление резистора R равно 10 Ом? Внутренним сопротивлением источника пренебречь.

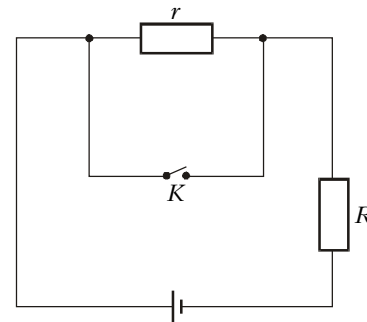


Рис. 4

ХИМИЯ

Для поступающих на химико-биологическое отделение в 10 класс

1. На чашках весов уравновешены химические стаканы с 0,1 г металлического алюминия в каждом. Как изменится равновесие весов, если в один стакан долить 20 г 5%-го раствора соляной кислоты, а в другой – 20 г 5%-го раствора гидроксида натрия? Как изменится ответ, если вместо алюминия взять а) цинк; б) кальций? Напишите уравнения реакций.

2. Неустойчивая неорганическая кислота содержит водород, кислород и серу. Массовая доля серы в кислоте 56,14%. Определите формулу кислоты.

О Т В Е Т Ы , У К А З А Н И Я , Р Е Ш Е Н И Я

«Квант» для «младших» школьников

Задачи

(см. с.28)

1. Первыми тремя взвешиваниями можно определить вес первого и второго, второго и третьего, третьего и первого яблок. Сумма найденных значений дает удвоенную величину веса трех первых яблок, откуда определяется их общий вес. Для остальных 10 яблок достаточно 5 взвешиваний, чтобы найти их суммарный вес. Итого: потребуется 8 взвешиваний.

2. Для каждой кошки отметим более толстого кота, который сидит рядом с ней, тогда каждый отмеченный кот будет соседствовать с кошкой, которая тоньше его.

Предположим, не все коты отметятся, тогда отмеченных котов будет 9 или меньше. Поскольку каждый из котов может соседствовать не более чем с двумя кошками, то рядом с отмеченными котами окажется не более 18 кошек, что меньше их общего количества. Противоречие.

Итак, рядом с любым котом сидит кошка, которая тоньше его.

3. Заметим, что результат задачи не изменится, если хорды PA, PB, PC заменить наименьшими дугами $\widehat{PA}, \widehat{PB}, \widehat{PC}$, стягиваемыми этими хордами. Далее заметим, что как бы ни располагалась точка P на окружности, сумма длин указанных дуг не меньше, чем сумма длин двух наименьших дуг из набора $\{\widehat{AB}, \widehat{BC}, \widehat{CA}\}$. При этом наименьшее значение суммы достигается, когда точка P совпадает с вершиной наибольшего угла в треугольнике ABC .

Ответ: почту P следует разместить в том поселке, который располагается в вершине наибольшего угла треугольника

ABC (если в этом треугольнике два наибольших угла или все углы равны, то в любом из них).

4. Продолжим стороны AH, BC и FG до пересечения в точках M, N, K (рис.1). Треугольники MAB, KNG и FCN равны по стороне и двум прилежающим к ней углам. Следовательно, треугольник MNK равносторонний. Из этого следует $BC = FG = NA$.

Рис. 1

5. Заметим, что сумма очков всех 28 костей домино равна 168. Семь костей домино, взятых каждым игроком, могут иметь сумму очков, не меньшую 15 и не большую 69.

Пусть a – сумма очков Бабы, b – сумма очков Табриза, c – сумма очков Гаида и d – сумма очков Эльмира. Из условия задачи следуют равенства

$$c + d = 84, a + b = 84, a - b = \frac{27}{7}(c - d)$$

Сложив второе и третье равенства и учитывая замену $c = 84 - d$, находим $2a = 84 + \frac{27}{7}(84 - 2d)$, или $a = 204 - \frac{27}{7}d$. Поскольку число a – целое, то d должно быть кратным 7: $d = 7k$, где k – натуральное. Тогда $a = 204 - 27k$. Из ограничений $15 \leq a \leq 69$ следует $5 \leq k \leq 7$. Значение $k = 6$ невозможно, так как иначе числа a, b, c, d оказываются равными: