ны быть целыми числа

$$x_1 + x_2 = -2 + \frac{5}{a+2} \text{ и } x_1 x_2 = a - 7 + 2\frac{5}{a+2},$$

откуда $a + 2 = \pm 1; \pm 5$. Проверка показывает, что подходят только $a = -1$, $a = 3$.

Вариант 2

1. $(-\infty; -1] \cup (2; 3]$. **2.** 1.

3. $\frac{\pi}{4} - \arcsin\frac{\sqrt{2}}{3} + 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. **4.** а) 81; б) 1:3.

5. 0. *Указание.* Функция $f(x) = 2\cos 3x + 8|\sin x| - 7$ четная, кроме того, $f(0)f\left(\frac{2\pi}{3}\right) < 0$. Поэтому сумма корней на $\left[-\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$ равна 0. При $x \in \left(\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right]$ функция убывает, причем $f(x) > f\left(\frac{3\pi}{4}\right) > 0$.

ФИЗИКА

1. $\Delta p = 2\sqrt{2mE}\,\mathrm{tg}\,\alpha$. **2.** $T = m\left(g - \frac{v^2}{8l}\right)$. **3.** $\eta = 1/18$.

4. $n = \dfrac{p_н}{p - \dfrac{mRT}{MV}} = 4$ (здесь $p_н = 100$ кПа – давление насыщенного пара при 100 °С, M = 18 г/моль – молярная масса воды).

5. $n = 3$. **6.** $x = \frac{3mdv^2}{2eU}$. **7.** $P_{max} = \frac{(U - Ir)^2}{4r}$.

8. $F_{min} = \frac{IBl}{mg}(mg - IBl) = 0{,}32$ Н.

9. $t = \frac{\lambda\,\mathrm{arctg}\,2}{2\pi c}$, где c – скорость света.

10. $x = H\sin\alpha$.

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. 3 круга. *Указание.* Если один мотоциклист впервые догоняет другого, то это значит, что он проехал на один круг больше.

2. $2\pi n$, $\pm\arccos\left(-\frac{4}{7}\right) + 2\pi k$, $n, k \in \boldsymbol{Z}$ (вторую серию решений можно записать по-другому: $\pm\arccos\frac{4}{7} + (2m+1)\pi$, $m \in \boldsymbol{Z}$); 5 решений. *Указание.* Уравнение $|f(x)| = |g(x)|$ равносильно совокупности уравнений

$$\left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{array}\right.$$

3. $(0; 1)$. *Указание.* Рассмотрите случаи $x + 1 > 1$ и $0 < x + 1 < 1$.

4. 4.

5. $2/\sqrt{3}$. *Указание.* Рассмотрите сечение AA_1C_1C.

Вариант 2

1. $\frac{\pi}{36\sqrt{3}} a^3\,\mathrm{tg}\,\alpha$. **2.** $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $n, k \in \boldsymbol{Z}$.

3. $(-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{3}\right]$. **4.** 110. **5.** $\mathrm{arctg}\,\frac{1}{3}$.

Вариант 3

1. 108. *Указание.* Из равенства боковых ребер следует, что основанием высоты пирамиды является центр окружности, описанной около основания. Радиус этой окружности можно найти, например, из равенства $4RS = abc$.

2. $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. *Указание.* Не забудьте проверить, входят ли найденные решения в ОДЗ.

3. $(3; 4{,}5) \cup (8; +\infty)$. **4.** 0; 3. **5.** $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

Вариант 4

1. $8\sqrt{6}/3$. **2.** $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. **3.** $(-\infty; \log_2 3)$. **4.** 1/12.

5. 10. Этот единственный максимум есть $f(1)$.

Задачи устного экзамена

1. $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. **2.** $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. **3.** $[-3; -1) \cup (2; 3]$.

4. $(1; +\infty)$. *Указание.* Рассмотрите случаи $l < 0$, $l = 0$, $l > 0$.

5. $-36/5$. *Указание.* Перейдите к логарифмам по одному основанию, например c, и обозначьте $\log_c b = x$.

6. -1. *Указание.* Преобразуйте произведение тригонометрических функций в сумму.

7. $-24/25$. *Указание.* Можно воспользоваться формулами, выражающими $\sin 2t$ и $\cos 2t$ через $\mathrm{tg}\,t$.

8. 22. *Указание.* Проверив, что уравнение имеет корни, выразите данное выражение через $x_1 + x_2$ и $x_1 x_2$.

9. -8. *Указание.* Выразите сумму кубов корней уравнения через $x_1 + x_2$ и $x_1 x_2$. Проверьте, имеет ли данное уравнение корни при найденном значении l.

10, **11**, **12**. См. рис.13, 14, 15.

13. 36. **14.** 9; $9\sqrt{6}$.

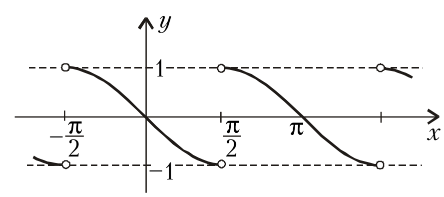

Рис. 13

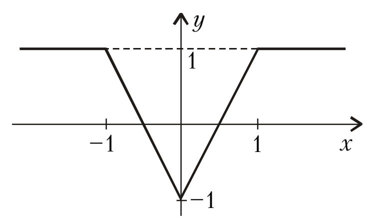

Рис. 14

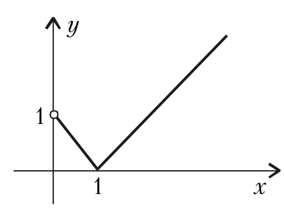

Рис. 15

ФИЗИКА

1. $x = 58{,}8$ м; $v = 19{,}6$ м/с. **2.** $v = 7{,}7 \cdot 10^3$ м/с.

3. $m = 0{,}034$ кг. **4.** $m = 0{,}2$ кг. **5.** $\alpha = 0{,}8$.

6. $U = 1{,}7$ В. **7.** $v = 1{,}9 \cdot 10^5$ м/с. **8.** $\delta = 65^\circ$.

9. $\nu = 7{,}7 \cdot 10^{15}$ Гц.

10. $E = 6{,}63 \cdot 10^{-22}$ Дж; $p = 2{,}2 \cdot 10^{-29}$ кг · м/с.