K на плоскость $ABCD$, R и Q – проекции, соответственно, точек O и S на плоскость EFK. Тогда $L \in AC$, $Q \in PK$, $R \in PK$, $OR \perp PK$, $SQ \perp PK$, $KL \perp AC$. Обозначим $OD = a$, $SO = h$, ψ – угол между плоскостями EFK и $ABCD$, θ – угол между боковым ребром пирамиды и плоскостью $ABCD$. Из условий находим a, h, $\sin\psi$, $\cos\psi$, $\operatorname{tg}\psi$. Расстояние d от точки D до плоскости EFK равно длине отрезка OR, т.е.

$$d = PO\sin\psi = 2\sqrt{2}/15.$$

Находим синус угла между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды: $\sin\theta = 4/\sqrt{17}$.

Из равенств $\sin\theta = SG/SN$, $\cos\psi = SQ/SG$ следует, что

$$\sin\varphi = SQ/SN = \sin\theta\cos\psi = 12/\left(5\sqrt{17}\right).$$

Площадь сечения находится по формуле

$$S_0 = \frac{1}{2}\left(PK \cdot MN + PG \cdot EF\right).$$

5. $\left(3-\sqrt{13}\right)/2 < a \le 5$. Перепишем уравнение в виде

$$\log_3\left(x+\sqrt{5-a}\right) - \log_3(a-2-x) = \log_3 2,$$

что, в свою очередь, равносильно уравнению

$$x+\sqrt{5-a} = 2(a-2-x)$$

при условии $a-2>x$. Отсюда

$$2-a<\sqrt{5-a}.$$

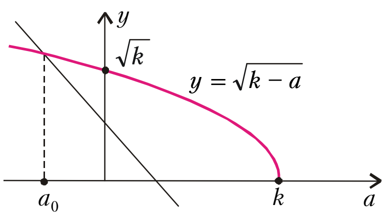

Рис. 10

Из рисунка 10 видно, что решение неравенства есть промежуток $\left(a_0;\,5\right]$, где число a_0 найдем из условия $\sqrt{5-a_0} = 2-a_0$, $a_0 = \left(3-\sqrt{13}\right)/2$.

6. $(0,\,0,\,0)$; $(-3/2,\,-1/2,\,-1)$; $(-5/6,\,-1/6,\,-1/2)$. *Указание.* Из третьего уравнения системы вычтем первое и прибавим удвоенное второе, получим

$$2z(x+y-2z) = 0,$$

т.е. либо $z = 0$, либо $y = 2z - x$.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. 1) Скорость шайбы в точке C найдем по закону сохранения энергии. В исходном положении шайба обладала только потенциальной энергией, равной mgH (за нулевой уровень потенциальной энергии примем дно чаши). В точке C шайба обладает как потенциальной, так и кинетической энергией. Потенциальная энергия равна $mgR(1-\cos\alpha)$, а кинетическая равна $mv^2/2$, где v – скорость шайбы в точке C. Закон сохранения энергии будет иметь вид

$$mgH = mgR(1-\cos\alpha) + \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда

$$v = \sqrt{2g\left(H - R(1-\cos\alpha)\right)} = 2\sqrt{\frac{gR}{5}}.$$

2) Рассмотрим силы, действующие на шайбу при прохождении ею точки C (рис.11): это сила тяжести $m\vec{g}$ и реакция опоры $\vec{N}$ со стороны чаши. Суммарная проекция этих сил на радиус OC сообщает шайбе центростремительное ускорение:

$$\frac{mv^2}{R} = N - mg\cos\alpha.$$

Отсюда находим силу реакции опоры:

$$N = \frac{mv^2}{R} + mg\cos\alpha = \frac{8}{5}mg.$$

По третьему закону Ньютона, на чашу будет действовать сила давления $\vec{N}'$, равная силе $\vec{N}$ по величине и направленная в противоположную сторону. Поскольку чаша неподвижна относительно стола, горизонтальная составляющая силы $\vec{N}'$, взятая с противоположным знаком, и будет равна силе трения между чашей и столом:

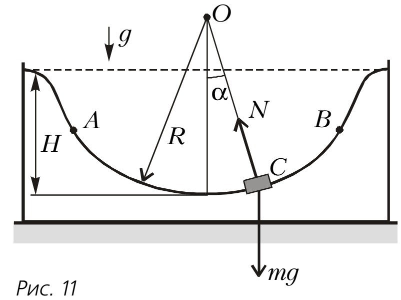

Рис. 11

$$F_{\text{тр}} = N\sin\alpha = \frac{24}{25}mg.$$

2. 1) Процесс $pV^2 = \text{const}$ с учетом уравнения состояния для идеального газа можно записать в переменных p и T в виде

$$\frac{T^2}{p} = \text{const}.$$

Отсюда видно, что с уменьшением температуры давление газа также уменьшается. Следовательно, начальное давление гелия было максимальным, а конечное – минимальным. Исходя из этого, можно записать

$$\frac{T_1^2}{p_{\max}} = \frac{T_2^2}{p_{\min}},$$

где T_1 – начальная температура гелия, а T_2 – конечная. Из этого равенства находим

$$p_{\max} = p_{\min}\frac{T_1^2}{T_2^2} = k^2 p_{\min} = 9 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

2) Абсолютная величина изменения внутренней энергии гелия равна

$$|\Delta U| = c_V\nu\left(T_1 - T_2\right) = c_V\nu T_2\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) = c_V\nu T_2(k-1),$$

где $c_V = 3R/2$ – молярная теплоемкость гелия при постоянном объеме, ν – число молей гелия. Отсюда конечная температура равна

$$T_2 = \frac{|\Delta U|}{c_V\nu(k-1)}.$$

Для нахождения объема гелия в конечном состоянии воспользуемся уравнением состояния для идеального газа:

$$p_{\min}V_2 = \nu RT_2,$$

откуда

$$V_2 = \frac{\nu RT_2}{p_{\min}}.$$

Подставляя сюда выражение для T_2, окончательно получаем

$$V_2 = \frac{2|\Delta U|}{3(k-1)p_{\min}} = 0{,}17 \text{ л}.$$

3. 1) Сразу после замыкания ключа K падение напряжения на диоде D_2 равно нулю. Следовательно, ЭДС батареи равна падению напряжения на резисторе сопротивлением R_1, а ток в цепи равен

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1}.$$