но):

$$k^3 = k^3,$$

$$(k+1)^3 = k^3 + 3k^2 + 3k^2 + 1,$$

$$(k+2)^3 = k^3 + 3k^2 \cdot 2 + 3k \cdot 2^2 + 2^3,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(k+7)^3 = k^3 + 3k^2 \cdot 7 + 3k \cdot 7^2 + 7^3.$$

Заметим, что при любом l

$$l^2 - (l+1)^2 - (l+2)^2 + (l+3)^2 = 4,$$

$$l - (l+1) - (l+2) + (l+3) = 0.$$

Поэтому

$$k^3 - (k+1)^3 - (k+2)^3 + (k+3)^3 - (k+4)^3 +$$

$$+ (k+5)^3 + (k+6)^3 - (k+7)^3 = -1^3 - 2^3 + 3^3 - 4^3 + 5^3 + 6^3 - 7^3$$

при любом k.

Но это значит, что расстановка знаков

$$+ - - + - + + - - + + - + - - +$$

перед кубами любых 16 последовательных целых чисел дает нулевую сумму.

В случае а) разбиваем числа $1^3, 2^3, \ldots 1999^3$ на группы по 16 последовательных кубов начиная с нуля, а в случае б) — начиная с 1.

ФИЗИКА

1. $g \operatorname{ctg}\alpha > a \geq g \dfrac{1 - \sin\alpha + \mu\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu(1 - \sin\alpha)}$.

2. $v_{0\,\min} = \sqrt{g\left(\sqrt{L^2 + h^2} + h\right)}$.

3. $h_{\max} = \dfrac{RT}{\mathrm{M}g} \ln \dfrac{4\pi r^3 \rho_0}{3M} \approx 10$ км (здесь М – молярная масса воздуха, R – универсальная газовая постоянная).

4. Равновесие в системе определяется из условия

$$f(\alpha) = \frac{\beta\alpha}{\left(1 + \alpha^2\right)^{3/2}} = 1,$$

где $\alpha = \dfrac{x}{R}$ и $\beta = \dfrac{kqQ/R^2}{mg}$. График на рисунке 12 представлен для случая $gQ > 0$. Здесь точка *1* соответствует устойчивому равновесию, а точка *2* – неустойчивому.

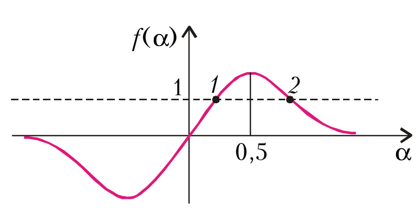

Рис. 12

5. $E_p \approx 3{,}4$ эВ; $E_{\mathrm{H}} \approx 4{,}5$ эВ, $E_{\mathrm{D}} \approx 2{,}3$ эВ.

6. $P = \dfrac{\mathcal{E}^2}{R} \dfrac{N-2}{N}$, $N \geq 3$.

7. $\tau \sim \dfrac{h}{\sqrt{gR\rho_{\text{в}}/\rho_0}} \sim 100$ с; большие капли падают быстрее.

Устный командный тур

МАТЕМАТИКА

1. 5. *Указание.* Из условия следует, что сумма чисел, вычеркнутых Борей и Витей, делится на 4. Поэтому могло бы остаться одно из трех чисел: 1, 5 или 9. Числа 1 и 9 отпадают (если, например, осталось число 1, то сумма чисел, вычеркнутых Борей, равна 11, но это невозможно; если 9 – рассуждаем аналогично).

2. $S/3$. Площадь «косого» сектора AMP равна площади сектора OMP, где O – центр окружности.

3. 27. *Указание.* Рассыпанное число делится на 9, больше 20^6, но меньше 30^6. Потому a – одно из трех чисел: 21, 24 и 27; так как 21^6 оканчивается на 1, а 24^6 – на 6, то это 27.

4. Да. См., например, рис.13.

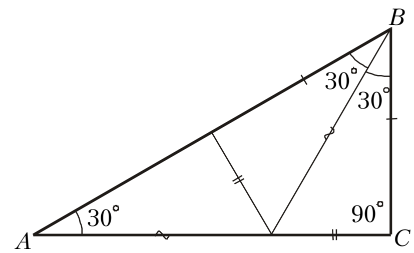

Рис. 13

5. а) Нет; б) нет.

Указание. а) Докажите, что в описанном многоугольнике с четным числом сторон суммы сторон, взятых через одну, равны. Однако сумма 1 + 2 + … + 2002 нечетна.

б) Отрезки длиной 1999, 2000 и 1 касаются окружности. Это невозможно, так как 2000 = 1999 + 1.

6. а) Можно. Например, последовательность $\dfrac{k}{2000!}$, где $k = 1, 2, \ldots, 2000$, – арифметическая прогрессия.

б) Нет. В арифметической прогрессии $a_{n+1} - a_n = d$ – постоянная величина. Но в бесконечной последовательности вида $\dfrac{1}{n_k}$ разность соседних членов $\dfrac{1}{n_k} - \dfrac{1}{n_{k+1}}$ стремится к нулю.

7. 60° и 120°. *Указание.* $AH = 2R|\cos A|$, откуда $|\cos A| = 1/2$.

8. $x + y + z = 3$. *Указание.* Числа x, y, z – различные корни уравнения $t^3 - 3t^2 + a = 0$.

9. S. *Указание.* Площади сегментов, занумерованные на рисунке 14, равны.

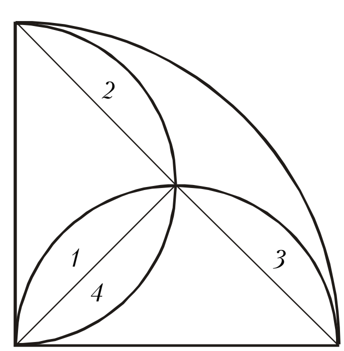

Рис. 14