4. $\alpha \in \left[\frac{2\pi}{101}; \frac{2\pi}{100}\right) \cup \left(\frac{2\pi}{100}; \frac{2\pi}{99}\right)$.

11 класс

1. $t = 2\sqrt{2l_{т}L}/v \approx 6{,}4$ с.

2. Не менее 10 циклов.

V Международная астрономическая олимпиада

Теоретический тур

8–10 классы

1. В 490-м столетии для невисокосных лет (периодов времени, начинающихся с 1 марта високосных лет и заканчивающихся 28 февраля последующих лет) и в 491-м для високосных лет.
2. Линейные размеры первой звезды немного более чем в 2 раза превышают линейные размеры второй звезды.
3. $e \approx 0{,}07$; около полугода.
4. Да. Например, астронавта можно обнаружить по его тени, так как Море Холода находится в районе северного полюса Луны, где лучи Солнца падают под малыми углами к горизонту и отбрасывают длинные тени.
5. $\rho \approx 4250$ кг/м^3.

6. Нужно установить камеру на экваторе и сделать от 1146 до 1800 снимков.

11–12 классы

1. а) $v \approx 277000$ км/с; $R \approx 3700$ Мпк.
Указание: используйте формулы специальной теории относительности.
2. Шесть.

VII Российская олимпиада по астрономии и физике космоса

(см. «Квант» №3)

Теоретический тур

8 класс

1. Земля «перехватывает» немного более широкий пучок солнечного света, чем это было бы в отсутствие атмосферы.
2. Затмения наиболее продолжительны, когда Луна будет в апогее. Дополнительные условия: затмение должно быть центральным; на долготе наблюдателя Луна должна быть близка к кульминации.
3. ≈ 1 мин 26 с.
4. Разрешение глаза Комова не хуже $1{,}3 - 1{,}5'$, так что зрение у него вполне хорошее.
5. 29,53 земных суток, или одни лунные сутки.
6. На Уране.

9 класс

5. Да, представится.
6. Из Пегаса или Водолея.

10 класс

2. $\approx 1{,}72$ земного года.
3. $-3{,}2^m$. **4.** $4{,}7 \cdot 10^{20}$ кг.

11 класс

4. Антенны следует располагать на околоземных орбитах.
5. 0,13. **6.** $5{,}6 \cdot 10^7$ К.

IX Международная олимпиада «Интеллектуальный марафон»

(см. «Квант» №3)

Письменный индивидуальный тур

МАТЕМАТИКА

1. а) 28002; б) $45n \cdot 10^{n-1} + 1$.
Указание. Разобьем числа от 0 до $\underbrace{99\ldots9}_{n}$ на пары: $(\underbrace{99\ldots9}_{n}, 0)$; $(9\ldots98, 1)$; …; $(5\underbrace{0\ldots0}_{n-1}, 4\underbrace{9\ldots9}_{n-1})$. Сумма цифр в каждой паре равна $9n$, всего пар $5 \cdot 10^{n-1}$.

2. $\left(1+\sqrt{2}; 1/\sqrt{2}\right)$, $\left(1-\sqrt{2}; -1/\sqrt{2}\right)$. *Указание.* Сложив первое неравенство с удвоенным вторым, имеем $(x-2y-1)^2 \le 0$, т.е. $x = 2y+1$, $2y^2 + 2y - x = 0$.
3. $\pi - \alpha$. *Указание.* Поскольку $\angle IBJ = \angle ICJ = 90^\circ$, точки I, B, J, C лежат на окружности с центром в точке M.

4. а) 10; б) 11; в) $\left[\frac{n+1}{2}\right]$. *Указание.* Пусть k такое, что среди n человек нет двух поздравивших друг друга. Тогда общее количество поздравлений равно nk, причем $nk \le \frac{n(n-1)}{2}$, т.е. $k \le \frac{n-1}{2}$.
Если $k \ge \left[\frac{n+1}{2}\right]$, то $nk > \frac{n(n-1)}{2}$ и, значит, найдется пара поздравивших друг друга. Если $k \le \left[\frac{n-1}{2}\right]$, то можно так организовать поздравление, что никакие двое не поздравят друг друга.
5. а) Можно; б) можно. На рисунке 11 сначала показано, как разрезать на равнобедренные трапеции правильный треугольник, а потом – как разрезать квадрат и равнобедренный прямоугольный треугольник на трапеции и правильные треугольники.

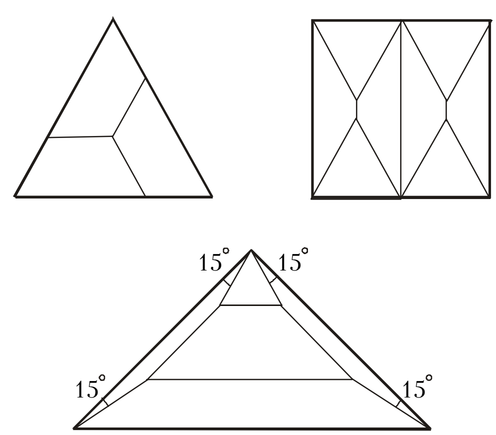

Рис. 11

6. $4a$. *Указание.* Докажите, что $BN = 2AN$, а $\Delta ADB = \Delta DMC$, так что $DC = AB$.
7. а) Можно; б) можно; в) нельзя, так как сумма $1^3 + 2^3 + \ldots + 2001^3$ нечетна.
Указание для случаев а) и б). Возьмем 16 последовательных кубов целых чисел $k^3, (k+1)^3, \ldots, (k+15)^3$ и докажем, что можно так расставить знаки «+» и «–» между ними, что получится 0. Для этого рассмотрим 8 равенств (k фиксирова-