Обозначим ускорение легкого груза a, тогда тяжелый груз имеет ускорение $2a$. За время τ первый груз опустится на $a\tau^2/2$, второй – на $2a\tau^2/2$, и потенциальная энергия системы уменьшится на

$$\Delta E_p = Mg\frac{a\tau^2}{2} + 2Mg\frac{2a\tau^2}{2}.$$

В рассматриваемый момент времени скорость малого груза равна $a\tau$, большого $2a\tau$, а суммарная кинетическая энергия составляет

$$E_k = \frac{M(a\tau)^2}{2} + \frac{2M(2a\tau)^2}{2}.$$

Приравняв ΔE_p и E_k, получим

$$a = \frac{5}{9}g \text{ и } a_{\text{ц}} = \frac{5}{3}a = \frac{25}{27}g.$$

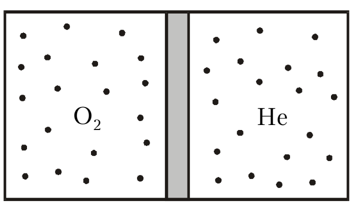
Тогда

$$T_1^* = 3Mg - 3Ma_{\text{ц}} = \frac{2}{9}Mg.$$

Итак, сила натяжения оставшейся нити уменьшится в 6 раз.

Р.Старов

Ф1775. *Тонкостенный горизонтальный цилиндрический медный сосуд разделен пополам массивным нетеплопроводящим поршнем (см. рисунок). С одной стороны от поршня находится разреженный кислород, с другой – гелий. Если сместить поршень немного из положения равновесия и отпустить, он будет совершать колебания. Во сколько раз может измениться период этих колебаний, если теплоизолировать сосуд от окружающей среды? Сосуд закреплен и двигаться не может.*



В первом случае будем считать, что через тонкие стенки сосуда легко проникает тепло – в этом случае температуру газов в любой момент можно считать равной внешней температуре, т.е. $T = \text{const}$. Обозначим длину сосуда $2l$, малое смещение поршня x. Тогда для каждой половины сосуда запишем

$$p_0V_0 = (p_0 + \Delta p)(V_0 - \Delta V),$$

или

$$p_0Sl = (p_0 + \Delta p)S(l - x),$$

где S – площадь сечения сосуда. Отсюда

$$\Delta p = p_0\frac{x}{l}$$

(мы пренебрегли произведением малых величин x и Δp). Если в одной половине сосуда давление увеличивается на Δp, то в другой оно уменьшается на такую же величину. Возвращающая сила, действующая на поршень, равна

$$F = -2\Delta pS = -2p_0\frac{S}{l}x = Mx'',$$

отсюда для частоты колебаний поршня массой M получаем

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2p_0S}{lM}}.$$

В случае хорошей теплоизоляции температура при колебаниях изменяется, при этом силы, действующие на поршень, также изменяются. Пусть объем гелия уменьшился при смещении поршня на $xS \ll lS$, а давление увеличилось на Δp_1. Используем первое начало термодинамики:

$$A + \Delta U = 0,\text{ или } -p_0Sx + \frac{3}{2}\nu R\Delta T = 0,$$

и уравнение состояния газа:

$$pV = \nu RT,\text{ или } \nu R\Delta T = p\Delta V + V\Delta p_1 = -p_0Sx + Sl\Delta p_1.$$

Отсюда получим

$$-p_0Sx + \frac{3}{2}\left(-p_0Sx + Sl\Delta p_1\right) = 0,$$

или

$$\Delta p_1 = \frac{5}{3}p_0\frac{x}{l}.$$

Давление кислорода уменьшается, но для его нахождения нужно учесть, что это двухатомный газ, тогда

$$\Delta p_2 = -\frac{7}{5}p_0\frac{x}{l}.$$

Разность давлений создает возвращающую силу

$$F = -\left(\frac{5}{3} + \frac{7}{5}\right)p_0\frac{x}{l}S = -\frac{46}{15}\frac{p_0S}{l}x.$$

Следовательно, новая частота колебаний равна

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{46}{15}\frac{p_0S}{lM}},$$

а отношение частот составляет

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{\frac{23}{15}} \approx 1{,}24.$$

Очевидно, что период колебаний уменьшится во столько же раз.

А.Диабатов

Ф1776. *Маленький проводящий незаряженный шарик находится на большом расстоянии от точечного заряда Q. Во сколько раз изменится сила, действующая на шарик со стороны заряда, если расстояние между ними увеличить в два раза? Во сколько раз нужно будет увеличить диаметр шарика, чтобы вернуть силу взаимодействия к прежнему значению? Подсказка: помещенный в однородное (или почти однородное) поле проводящий незаряженный шарик похож на маленький диполь (маленький – по сравнению с диаметром шарика).*

На большом расстоянии от заряда Q его поле в пределах объема маленького шарика можно считать однородным; в этом поле разность потенциалов между диаметрально противоположными точками шарика A и $Б$ (рис.1) равна

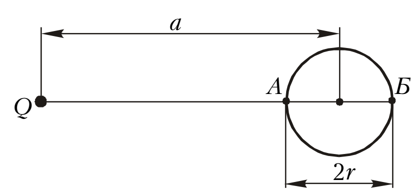


Рис.1

$$\Delta\varphi_{AБ} = k\frac{Q}{a^2}\cdot 2r.$$

Шарик проводящий, поэтому результирующая разность