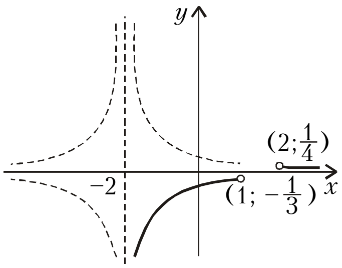

Рис. 11

Вариант 2

1. а) $x \in (-n; 1] \cup (2; +\infty)$;

б) $g(x) = \begin{cases} -\dfrac{1}{x+2}, & x \in (-2; 1), \\ \dfrac{1}{x+2}, & x \in (2; +\infty) \end{cases}$

(рис.11);

в) $a \in [-1/3; 0] \cup [1/4; +\infty)$.

2. $(0; 1/9] \cup [27; +\infty)$.

3. $x = -\dfrac{\pi}{6} + \pi k,\ k \in \boldsymbol{Z},\quad x = 2\pi n,\ n \in \boldsymbol{Z}$.

5. $\dfrac{\pi h^3 \left(-\sin^2\beta\cos^2\alpha/2\right)}{3\sin^2\beta\cos^2\alpha/2}$.

Российский государственный технологический университет им.К.Э.Циолковского

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. $(16; 1)$, $(1; 16)$. **2.** $\dfrac{\pi}{20} + \dfrac{\pi n}{10}$, $\pm\dfrac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$.

3. 4 ч, 3 ч. **4.** $\left(2; \dfrac{7}{3}\right] \cup \left[\dfrac{5}{2}; \dfrac{8}{3}\right)$. **5.** $-3 < k < 3$. **6.** 1 : 4.

Вариант 2

1. $(25; 16)$. **2.** $\dfrac{\pi}{12} + \dfrac{\pi n}{6}$, $\pm\dfrac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$.

3. 48 км/ч, 32 км/ч. **4.** $(-\infty; 0] \cup [9; 15)$.

5. $k < \dfrac{5}{7}\ln 2$. **6.** 1 : 6.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. 96 В. **2.** 30°; 1 с. **3.** 415 Дж. **4.** 0,01 А, 1,4 В. **5.** 219 м/с.

Вариант 2

1. 2000 В/м. **2.** 16,9. **3.** 0,6 м. **4.** 231 К; 4700 Дж. **5.** 0,08 м.

Российский государственный университет нефти и газа им.И.М.Губкина

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 0,4. **2.** −4. **3.** 2. **4.** −2. **5.** 3. **6.** 4. **7.** −0,15. **8.** −22,5. **9.** 0,5. **10.** 13. **11.** 0,2. **12.** 13.

Вариант 2

1. 0,2. **2.** 5. **3.** −3. **4.** −8. **5.** 5. **6.** 2,5. **7.** 0,25. **8.** −9. **9.** 0,5. **10.** 18. **11.** 2. **12.** 4.

ФИЗИКА

Вариант 1

1. 60 м/с. **2.** 7 Н. **3.** 60 Дж. **4.** 40 Н. **5.** 96 °С. **6.** 3 Ом. **7.** 30. **8.** 2 мкс. **9.** 7 кг/с. **10.** 327 °С. **11.** 300 нК. **12.** 16.

Вариант 2

1. 50 м. **2.** 84%. **3.** 240 см^3. **4.** 25%. **5.** 5. **6.** 17 Дж. **7.** 9 см. **8.** 3. **9.** 100 кг. **10.** 60 Н. **11.** 60%. **12.** 2000 км/с.

Санкт-Петербургский государственный университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. $a \in \left[\dfrac{3-3\sqrt{5}}{2}; \dfrac{3}{\sqrt{2}}\right]$. При $a = 0$ получаем уравнение $\sqrt{9-x^2} = |x|$, имеющее два решения.

Пусть $a > 0$. Функция $f(x) = a + \sqrt{x^2 - ax}$ определена на лучах $(-\infty; 0]$ и $[a; +\infty)$, убывает на первом из них и возрастает на втором, причем $f(x) \to +\infty$ при $x \to \infty$. График $y = \sqrt{9-x^2}$ – полуокружность радиуса 3, так что данное уравнение имеет два решения, если точка $A(a; a)$ графика функции f лежит в круге радиуса 3, т.е. если $2a^2 \le 3$ (рис.12,*а*). Таким образом,

$$0 < a \le \frac{3}{\sqrt{2}}.$$

В случае $a < 0$ уравнение имеет два решения, если $f(-3) \ge 0$ (рис.12,*б*). Получаем неравенство

$$a + \sqrt{9+3a} \ge 0,$$

откуда $\dfrac{3-3\sqrt{5}}{2} \le a < 0$.

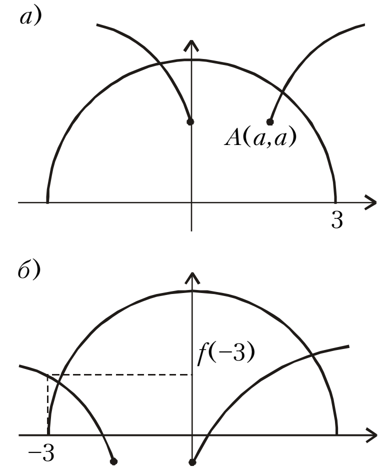

Рис. 12

2. $\dfrac{\pi}{12}(6n-1)$, $n \in \boldsymbol{Z}$, $\dfrac{\pi}{24}(6m+1)$, $m \in \boldsymbol{Z}$, $m \le 0$.

3. $[-2; 0) \cup (5; +\infty)$. **4.** $R/r = \left(\pm\cos\dfrac{\varphi}{2} + \sqrt{\cos^2\dfrac{\varphi}{2} + 8}\right)\Big/2$.

Указание. Следует рассмотреть отдельно два случая в зависимости от того, лежит ли точка O в треугольнике или же не лежит. Рассмотрим первый случай (второй рассматривается аналогично).

Будем для простоты считать, что $r = 1$, тогда найденное значение R и будет искомым отношением. Треугольник ABC – равнобедренный. Пусть $AB = AC$, K – середина основания BC, P – точка касания стороны AB с меньшей окружностью. Имеем

$$OK = \cos\frac{\varphi}{2},\ BK = \sqrt{R^2 - \cos^2\frac{\varphi}{2}}.$$

Далее,

$$AB = \sqrt{R^2 - \cos^2\frac{\varphi}{2} + \left(R + \cos\frac{\varphi}{2}\right)^2} = \sqrt{2R\left(R + \cos\frac{\varphi}{2}\right)}.$$

Из подобия треугольников AOP и ABK получаем, что

$$\sqrt{2R\left(R + \cos\frac{\varphi}{2}\right)} = R\sqrt{R^2 - \cos^2\frac{\varphi}{2}},$$

откуда

$$R^2 - R\cos\frac{\varphi}{2} - 2 = 0.$$