Задачи по математике и физике

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 1 июля 2001 года по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» №2 – 2001» и номера задач, решения которых Вы посылаете, например «М1766» или «Ф1773». В графе «... адрес отправителя» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем Вашим адресом и необходимый набор марок (в этом конверте Вы получите результаты проверки решений).

Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «Задачник «Кванта», новая задача по математике»).

В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором Вы учитесь.

Задачи М1766–М1770, Ф1773 – Ф1777

М1766. На бесконечной шахматной доске находятся ферзь и невидимый король, которому запрещено ходить по диагонали. Они ходят по очереди. Может ли ферзь ходить так, чтобы король рано или поздно наверняка попал под шах?

А.Шаповалов

М1767. Внутри квадрата $ABCD$ расположены точки P и Q так, что $\angle PAQ = \angle PCQ = 45^\circ$ (рис.1). Докажите, что $PQ^2 = BP^2 + QD^2$.

В.Произволов

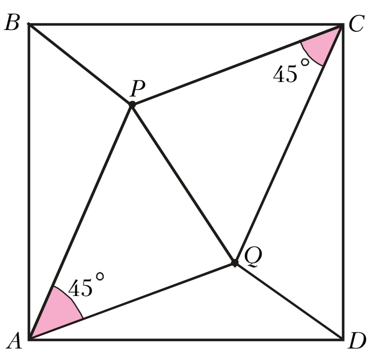

Рис.1

М1768. а) Расположите числа 1, 2, 3, ..., 100 в строку в таком порядке, чтобы для любых нескольких (но не всех) из этих чисел сумма номеров занятых ими мест не совпадала с суммой самих этих чисел.

б*) При посадке в аэробус пассажиры сели кто куда захотел. В итоге все места оказались заняты, а для любой группы, в которой не более ста пассажиров, среднее арифметическое номеров занимаемых ими мест более чем на единицу отличается от среднего арифметического номеров мест, указанных в их билетах. Каково наименьшее возможное число мест в этом аэробусе?

С.Токарев

М1769*. Концы $2n$ непересекающихся хорд разделили окружность на $4n$ равных дуг. Докажите, что среди этих хорд найдутся две параллельные хорды.

В.Произволов

М1770. Дан многочлен степени 10 с буквенными коэффициентами. Двое поочередно заменяют какую-нибудь букву на число, пока не заменят все буквы. Обозначим полученный многочлен $A(x)$. Пусть $a_1 = \max A(x)$ при x от −1 до 0, $a_2 = \max A(x)$ при x от 0 до +1. Если $a_1 > a_2$, то выиграл первый игрок, если $a_1 < a_2$, то второй. Кто победит при правильной игре?

Н.Васильев, Б.Гинзбург

Ф1773. На тонкий горизонтальный стержень насажена цилиндрическая шайба диаметром D и толщиной l, дырка по оси шайбы имеет диаметр чуть больше, чем диаметр стержня (рис.2). К краю шайбы приложена сила F, параллельная стержню. При каком коэффициенте трения шайбы о стержень движение шайбы будет равномерным? Сила тяжести отсутствует!

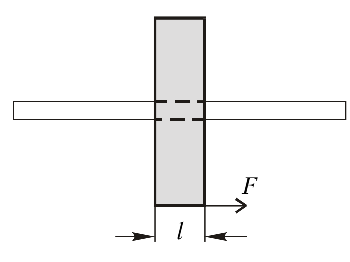

Рис.2

А.Зильберман

Ф1774. Легкий жесткий стержень подвешен горизонтально за концы при помощи двух легких нитей, вытянутых по вертикали (рис.3). На стержень насажены два груза массами M и $2M$, расположенных симметрично на равных расстояниях друг от друга и от концов стержня. Нить со стороны тяжелого груза пережигают. Во сколько раз изменится сила натяжения оставшейся нити сразу после этого? Считайте, что за интересующий нас корот-