Расскажем и еще об одной старинной проблеме, известной как гипотеза Кеплера об укладке шаров. Эта проблема еще старше, чем проблема Ферма. Она была поставлена в первой половине XVI века, когда английского математика Томаса Харриота спросили как-то о том, как наиболее экономно укладывать артиллерийские ядра на палубе корабля. Харриот написал об этой проблеме Иоганну Кеплеру, одному из величайших ученых всех времен. Кеплер не смог найти ничего лучшего, чем тот естественный способ, который применялся испокон века всеми моряками, укладывавшими ядра в пирамиду. В середине XX века проблема была редуцирована к некоей аналитической задаче, но она была слишком сложна для решения. Томас Хейлс упростил задачу. Его уравнение содержало «только» 150 неизвестных. Доказательство его разрешимости оказалось изложенным на 250 страницах. Оно потребовало 3 гигабайта компьютерной памяти. Однако, поскольку и здесь в доказательстве не обошлось без компьютера, некоторые математики сомневаются в его справедливости.

Много замечательных проблем было решено нашими соотечественниками. О 13-й проблеме Гильберта говорилось выше. Ю.В.Матиясевич решил 10-ю проблему Гильберта, об этом я писал в предыдущей статье. А.А.Болибрух поставил окончательную точку в разрешении 21-й проблемы. Рассказать об этом здесь подробнее не представляется возможным.

В 1902 году английский алгебраист У.Бернсайд поставил такой вопрос: всегда ли конечна конечно порожденная группа, каждый элемент которой имеет конечный порядок? Он специально выделил случай, когда порядки всех элементов группы ограничены в совокупности (ограниченная проблема Бернсайда). Общая проблема Бернсайда была решена Е.С.Голодом в 1964 году и доложена на Международном конгрессе математиков в Москве в 1966 году. На том же конгрессе были доложены решения еще двух знаменитых проблем: проблемы Лузина (поставленной в 1915 г.) о сходимости почти всюду ряда Фурье квадратично-суммируемой функции (ее решил шведский математик Карлесон) и проблему континуума – первую в списке гильбертовых проблем. Проблема была поставлена основоположником теории множеств Г.Кантором: «верно ли, что каково бы ни было несчетное подмножество единичного отрезка действительных чисел, можно установить взаимно однозначное соответствие между элементами этого множества и числами из единичного отрезка?» Гёдель в тридцатые годы доказал, что это утверждение (получившее название континуум-гипотезы) не может быть доказано на основе некоей общепринятой системы аксиом арифметики и теории множеств. Американский математик П.Коэн на московском конгрессе получил филдсовскую медаль за доказательство того, что континуум-гипотеза не может быть опровергнута на той же аксиоматической основе.

Опровержение ограниченной проблемы Бернсайда было опубликовано П.С.Новиковым и С.И.Адяном в 1968 году. Это – одна из самых трудных работ XX столетия. За дальнейшие продвижения в бернсайдовской проблематике филдсовской медали был удостоен новосибирский математик Е.И.Зельманов (ныне работающий в США).

Филдсовские медали

Свидетельством изменения ориентиров в современной математике в сравнении с математикой XIX века являются присуждения филдсовских медалей. Напомним, что на парижском конгрессе, на котором Д.Гильберт выступил со своими проблемами, работало лишь четыре секции: арифметики и алгебры, анализа, геометрии, механики и математической физики. Среди лауреатов филдсовской медали большинство представляют дисциплины, существовавшие в зачаточном состоянии в начале предыдущего века. Таковы топология, комплексный анализ, алгебраическая геометрия, математическая логика и физическая математика (т.е. физика, фактически слившаяся с новейшими разделами анализа, геометрии и топологии).

Приведем список всех филдсовских лауреатов, разбив их на две группы: в одной —ученые, представляющие «новые» области математики, в другой — «старые».

Впечатляющий список составляют топологи: Ж.-П.Серр (1954), Р.Том (1958), Дж.Милнор (1962), М.Атья (1966), С.Смейл (1966), С.П.Новиков (1970), В.Тёрстен (1983), М.Фридман (1986), С.Дональдсон (1986) и алгебраические геометры: А.Гротендик (1966), Х.Хиронака (1970), Д.Мамфорд (1974), П.Делинь (1978), Г.Фалтингс (1986), В.Дринфельд (1990), Ш.Мори (1990). Филдсовскими лауреатами становились специалисты по комплексному анализу: К.Кодаира (1954) и Ш.-Т.Яо (1983), по динамическим системам и голоморфной динамике: Ж.-К.Иоккоз (1994) и К.Мак-Малин (1998), по «физической математике»: В.Джонс (1990), Э.Виттен (1990), М.Концевич (1998). Всего 23 математика.

А вот ученые, представляющие анализ, алгебру и теорию чисел: Л.Шварц (1950), А.Сельберг (1950), К.Рот (1958), Л.Хёрмандер (1962), А.Бейкер (1970), Дж.Томпсон (1970), Э.Бомбьери (1974), Д.Квиллен (1978), Г.Маргулис (1978), Ч.Фефферман (1978), А.Коэн (1983), Ж.Бургейн (1994), П.-Л.Лионс (1994), Е.Зельманов (1994), Р.Боргердс (1998), Т.Гоуэрс (1998) – 16 математиков.

Уровень филдсовских медалей исключительно высок, и лишь один список филдсовских лауреатов свидетельствует о величии прошедшего века и дает надежду на то, что в будущем человечество ждет расцвет интеллекта и разума.