Московская математика в 50–е годы

Пятидесятые годы были временем необычайного подъема московской математики. В связи с окончанием строительства Московского университета был значительно расширен прием на его механико-математический факультет. Престиж науки в тот период был высок, а наступившая оттепель породила великие надежды, которые во многом оправдались. Это все и привело к взлету математической науки у нас.

На мехмате в те годы сконцентрировались огромные научные силы. Вот кто читал основные курсы в пятидесятые годы: П.С.Александров и Б.Н.Делоне (аналитическая геометрия), А.Г.Курош и И.Р.Шафаревич (высшая алгебра), М.А.Лаврентьев и А.Я.Хинчин (математический анализ), Л.С.Понтрягин и В.В.Немыцкий (обыкновенные дифференциальные уравнения), М.В.Келдыш и А.О.Гельфонд (теория функций комплексного переменного), И.Г.Петровский, И.М.Гельфанд и С.Л.Соболев (уравнения с частными производными), А.Н.Колмогоров и Г.Е.Шилов (функциональный анализ), П.К.Рашевский и С.П.Фиников (дифференциальная геометрия), А.Н.Колмогоров и Ю.В.Прохоров (теория вероятностей), И.М.Гельфанд и Л.А.Люстерник (вариационное исчисление)... Все это крупнейшие ученые, большинство из них – лидеры целых направлений в математике. Если читателю суждено будет стать математиком, все названные мною имена станут ему известны как имена классиков нашей науки.

В те годы на мехмате работали замечательные семинары. Среди них «топологический кружок», основанный П.С.Александровым и П.С.Урысоном (в те годы руководимый Александровым), семинар по теории вероятностей, возглавляемый А.Н.Колмогоровым и А.Я.Хинчиным, семинары И.Г.Петровского, С.Л.Соболева и А.Н.Тихонова по уравнениям с частными производными, Д.Е.Меньшова и Н.К.Бари по теории функций, А.Г.Куроша по алгебре и многие другие. Выдающуюся роль во всей истории математики XX века сыграл семинар И.М. Гельфанда, где обсуждался широчайший круг проблем математики и естествознания.

В истории советской математики пятидесятых годов особо выделяются два имени – Колмогоров и Гельфанд. Они оказали огромное воздействие на развитие математики у нас в стране, да и во всем мире.

Здесь разумно сказать несколько слов о различиях творческих почерков этих двух выдающихся математиков. Однажды Гельфанд произнес такую фразу: «Математика – это марафон». И вне всякого сомнения сам Израиль Моисеевич является математиком-марафонцем. Как правило, жизненный путь крупных математиков можно разделить на периоды, в течение которых данный ученый работал над некоторой проблемой или теорией. Гельфанд начинал с функционального анализа, затем был период, посвященный банаховым алгебрам, потом – теории представлений (о пятидесятых-шестидесятых годах нам предстоит еще говорить).

А Колмогоров был «спринтером». Его стиль работы уникален. Колмогоров умел на коротком отрезке времени аккумулировать мощную энергию, которая, выделяясь, приводила к взрыву огромной силы, рушившему дотоле неприступные бастионы. Там образовывались бреши, в которые устремлялись толпы последователей. А сам Андрей Николаевич утрачивал интерес к этой теме и начинал думать о другом.

И еще. Колмогоров был ученым-одиночкой, он почти не имел совместных работ. У Гельфанда же почти все работы совместные. Причем он работал, как правило, с лидерами своих поколений (если вы спросите кого-нибудь из окончивших, скажем, мехмат МГУ, кто учился с ним на курсе, обычно называются две-три фамилии наиболее ярких студентов; их я и называю лидерами своих поколений). Соавторами Гельфанда были лидеры поколений, годы рождения которых разнятся на полвека! Эта особенность творческой биографии Гельфанда и его творческое долголетие беспримерны.

Широта научных интересов Колмогорова и Гельфанда была совершенно фантастичной. Колмогоровым в пятидесятые годы были получены выдающиеся результаты в небесной механике (в частности, построены начала КАМ-теории), решена (при участии В.И.Арнольда) 13-я проблема Гильберта, введено понятие энтропии динамической системы, совершившее переворот в теории динамических систем.[1] Скажем обо всем этом чуть подробнее.

Устойчивость планетных систем

Может ли планетная система сохранять устойчивость «на все времена»? Разве это не одна из центральных проблем всей натурфилософии? Ньютон установил, что планетная система, состоящая из двух тел, устойчива: спутник вращается вокруг планеты по эллипсу. Но уже для трех тел вопрос об устойчивости – до колмогоровских работ – оставался неясным, хотя проблема эволюции орбит в задаче трех тел занимала таких величайших ученых, как Ньютон, Лаплас и Пуанкаре. Пуанкаре называл один из частных случаев этой общей задачи *основной проблемой динамки.*

Колмогоров сделал важнейший шаг к частичному разрешению этой великой проблемы. Он придумал метод, с помощью которого оказалось возможным разрешить многие задачи математики и естествознания.

Для того чтобы понять замысел колмогоровского метода, нужно знать один важный факт из классического анализа – о разложимости 2π-периодических функций в ряд Фурье. Поставим такую задачу. Пусть нам заданы периодическая функция $y(t)$, разлагающаяся в ряд Фурье $\sum_{k=-\infty}^{\infty} y_k e^{ikt}$, и некоторое число γ. Попробуем найти такую функцию $x(t)$, которая удовлетворяет уравнению $x(t+\gamma) - x(t) = y(t)$. Если представить функцию $x(t)$ тригонометрическим рядом $\sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k e^{ikt}$, то оказывается необходимым разрешить следующую бесконечную систему уравнений: $x_k\left(e^{ik\gamma}-1\right) = y_k$. Если γ – число рациональное, k таково, что $e^{ik\gamma} = 1$, а $y_k \neq 0$, то разрешить k-е уравнение оказывается невозможным. Если же γ – число иррациональное, то $e^{ik\gamma} - 1 \neq 0$ для любых k, но при некоторых k эти числа бывают очень маленькими. Тогда сама бесконечная система разрешима: $x_k =$

[1] *О научной деятельности А.Н.Колмогорова можно прочитать в статье А.Н.Ширяева «Андрей Николаевич Колмогоров», опубликованной в книге «Колмогоров в воспоминаниях» (М., 1993).*