5. $\frac{3}{2}\sqrt{3}$. *Указание.* Пусть u – абсцисса точки касания. Уравнение перпендикуляра имеет вид

$$y-u^2=-\frac{1}{2u}(x-u).$$

Координаты точки Q находим из системы уравнений

$$\begin{cases} y=x^2, \\ y=-\frac{1}{2u}x+\frac{1}{2}+u^2. \end{cases}$$

Имеем

$$Q=\left(-u-\frac{1}{2u};\ u^2+\frac{1}{4u^2}+1\right).$$

Но тогда

$$PQ^2=\left(2u+\frac{1}{2u}\right)^2+\left(1+\frac{1}{4u^2}\right)^2=\frac{\left(4u^2+1\right)^3}{16u^4},$$

а производная этой функции равна

$$\frac{\left(4u^2+1\right)^2\left(2u^2-1\right)}{4u^5}.$$

ФИЗИКА

1. $F_{н1}/F_{н2}=2$. **2.** $v_к=v_0/\sqrt{2}$.

3. $h=\frac{p_а}{\rho_в g}\left(1{,}2\frac{T_1}{T_2}-1\right)=1{,}6$ м. **4.** $A=R\left(T_2+T_4-2\sqrt{T_2T_4}\right)$.

5. $m_в=m-p_н MV/(RT)=14{,}2$ г, где $p_н=10^5$ Па, М = 18 г/моль.

6. $A=4\pi\varepsilon_0E^2a^3$. **7.** $W=C_1C_2U^2/\left(2\left(C_1+C_2\right)\right)=2{,}7$ мДж.

8. $\eta=1-IU/P=0{,}8=80\%$.

9. $C=\lambda^2(\Delta I/\Delta t)/\left(4\pi^2c^2\mathcal{E}\right)=6{,}4$ пФ, где $c=3\cdot10^8$ м/с.

10. $F=2d(a-d)/a=8{,}4$ см.

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 6 ч 40 мин. **2.** $\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$. *Указание.* Дробь в левой части равенства можно сократить.

3. $\left(0;\frac{1}{2}\right]\cup(1;+\infty)$. *Указание.* При $x>0$

$$3\cdot2^{\frac{1}{x}}+4>4\Rightarrow\log_4\left(3\cdot2^{\frac{1}{x}}+4\right)>1.$$

4. –78. *Указание.* Исследуйте данную функцию по отдельности на участках знакопостоянства трехчлена $6+x-x^2$.

5. $\frac{50}{9\sqrt{3}}$. *Указание.* Сечение подобно параллельной ему боковой грани с коэффициентом подобия $\frac{5}{6}$.

Вариант 2

1. 10 ч. **2.** $2\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$. **3.** $\left[\frac{1}{\sqrt{3}};\sqrt{3}\right)$.

4. –35,25. **5.** $\operatorname{arctg}2\sqrt{5}$.

Вариант 3

1. $\frac{d^3\cos^2\alpha\sin\alpha}{4\pi}$. **2.** $\frac{\pi}{10}+\frac{\pi n}{5}$, $n\in\mathbf{Z}$. **3.** 2.

4. $\{-1\}\cup[2;+\infty)$. *Указание.* Рассмотрите два случая: $x^2-x-2>0$ и $x^2-x-2=0$.

5. Локальный максимум $f(1)=0$, минимум $f(3)=4$.

Вариант 4

1. 450. *Указание.* Отрежьте от трапеции параллелограмм так, чтобы остался треугольник; найдите его площадь и высоту.

2. $\frac{\pi n}{3}$, $n\in\mathbf{Z}$. *Указание.* Выразите $\sin^2x$ через $\cos2x$; получившиеся две серии решений объедините в одну.

3. $(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$. **4.** 1; 2.

5. Максимум $y(-2)=-4$, минимум $y(0)=0$.

Задачи устного экзамена

1. [–25; 3]. *Указание.* Первое неравенство сводится к $3^{x-3}>2^{2x-6}$, т.е. к $\left(\frac{4}{3}\right)^{x-3}<1$.

2. –2; 0. **3.** $(-\infty;0]\cup[6;+\infty)$.

4. $\frac{1}{2}$. *Указание.* Рассмотрите случаи $q<0$, $q=0$, $q>0$.

5. (–4; 12). *Указание.* Для абсциссы $x_0=q-1$ вершины параболы $y=-x^2+2(q-1)x+(3q-13)$ рассмотрите случаи $x_0\le-1$ и $x_0>-1$.

6. $\frac{14}{5}$. *Указание.* Обозначив $a=\lg x$, $b=\lg y$ и перейдя в данном равенстве к логарифмам по основанию 10, найдите связь между a и b. Разумеется, при этом $x>0$, $x\ne1$, $y>0$, $y\ne1$, $y^2x^{-1}\ne1$.

7. 24,75. *Указание.* Убедившись, что уравнение имеет два корня, выразите $x_1^4x_2+x_1x_2^4$ через p и q, где $p=-\left(x_1+x_2\right)=1{,}5$, $q=x_1x_2=-2$.

8. 2,5. *Указание.* Упростив числитель и знаменатель дроби, сократите её.

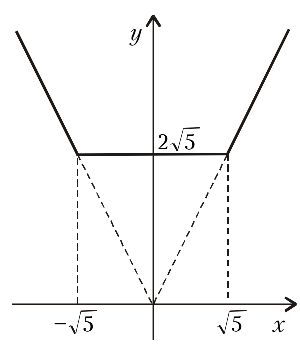

Рис. 13

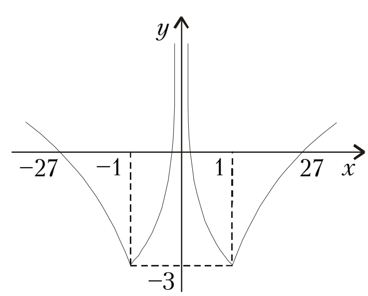

Рис. 14

9. $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in\mathbf{Z}$.

10. 6.

11, 12, 13. См. рис.13, 14, 15.

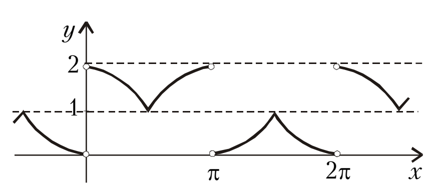

Рис. 15

14. 13,5.

15. $4\sqrt{\frac{16}{\pi}+9\pi}$.

ФИЗИКА

1. 100 кг. **2.** 55°. **3.** 533 Н; 8000 Дж.

4. 9 Н. **5.** 133 Дж. **6.** 93%.

7. 0,8. **8.** 1 мкФ. **9.** 0,72. **10.** $2\cdot10^6$ м/с.