с углом падения α соотношением $\sin\beta/\sin\alpha = n_1$. Для малых углов можно записать: $\beta = n_1\alpha$. Угол отклонения падающего луча после прохождения клина равен $\gamma_1 = \beta - \alpha = \alpha(n_1 - 1)$. Очевидно, что весь пучок отклонится после прохождения этого клина на угол γ_1. Для второго клина угол отклонения равен $\gamma_2 = -\alpha(n_2 - 1)$ соответственно. Знак «минус» означает отклонение от горизонтали вверх. Общее отклонение пучка после прохождения двух клиньев составляет

Рис. 11

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = -\alpha(n_2 - n_1).$$

Поскольку $n_2 > n_1$, пучок света отклонится вверх, и на экране будет наблюдаться светлая точка на расстоянии

$$l = \alpha(n_2 - n_1)F \approx 10{,}5 \text{ мм}$$

от центра экрана (рис.12). Если убрать пластинку, то светлая точка будет наблюдаться в центре экрана. Следовательно, смещение светлой точки будет

$$l \approx 10{,}5 \text{ мм}.$$

Рис. 12

5. При быстром изменении индуктивности катушки L сохраняется магнитный поток Φ, пронизывающий катушку. Если через катушку течет ток I, энергия магнитного поля катушки равна

$$W_L = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

Изменение индуктивности в этот момент на ΔL ($\Delta L > 0$) приводит к изменению энергии, запасенной в контуре, на

$$-\frac{\Phi^2}{2L^2}\Delta L = -\frac{I^2}{2}\Delta L.$$

В нашем случае при максимальном токе I_0 в катушке происходит уменьшение индуктивности, и, следовательно, в контур закачивается энергия

$$\Delta W_L = \frac{I_0^2}{2}\Delta L.$$

Это происходит через каждые полпериода колебаний тока в контуре, т.е. через $\tau = T/2 = \pi\sqrt{LC}$. При нулевых значениях тока в контуре возвращение индуктивности к прежнему значению не изменяет энергии катушки. За время τ в контуре происходят тепловые потери на резисторе, равные

$$\Delta W_R = \frac{I_0^2}{2}R\tau = \frac{\pi\sqrt{LC}}{2}I_0^2 R.$$

Условие поддержания незатухающих колебаний имеет вид

$$\Delta W_L \ge \Delta W_R.$$

Отсюда получаем

$$\Delta L \ge \pi R\sqrt{LC} \approx 9{,}4\cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

Вариант 2

1. 1) $v_1 = v/3$; 2) $\tau = \pi\sqrt{2m/(3k)}$.

2. $V = \dfrac{kS\Delta H\rho_в}{(k-1)(\rho - \rho_в)}$. **3.** $A_{31} = 3A_{23} - 3A_{12}/2$.

4. 1) $I_0 = (\mathscr{E} - U_0)/R = 5\cdot 10^{-3}$ А;
2) $q = C(\mathscr{E} - U_0) = 5\cdot 10^{-4}$ Кл;
3) $Q = C(\mathscr{E} - U_0)^2/2 = 12{,}5\cdot 10^{-4}$ Дж.

5. $F_2 = 12$ см.

Московский государственный институт электроники и математики

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. а) $\frac{5}{6}$; б) $\left(-\frac{3}{4}; 6\right)$; в) $\pi + \operatorname{arctg} 3 + 2\pi n$, $\pi + \operatorname{arctg}\frac{1}{3} + 2\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$.

2. а) $\frac{180}{13}$; б) $\frac{1}{5}$; в) $\frac{3\sqrt{65}}{2}$. *Указание.* $\angle C = \frac{\pi}{2}$.

3. $\frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$.

4. $S_{A_1BD} = 12$, $d = \frac{2}{3}\sqrt{10}$. *Указание.* Пусть плоскость B_1CD_1 пересекает продолжения ребер AB, AD и AA_1 в точках K, L, M. Пирамиды с общей вершиной A и основаниями A_1BD и KLM гомотетичны с коэффициентом 2. Расстояние между основаниями пирамид равно разности их высот, опущенных из вершины A.

5. $(-1)^n\frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$; $a \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup \left\{-\frac{4}{3}\right\} \cup [-1; +\infty)$. *Указание.* Пусть $u = \sin x$. Тогда первое уравнение имеет единственный корень $u = \frac{1}{2}$, а второе сводится к уравнению

$$2(a+2)u^2 + au - a - 1 = 0$$

с ограничением $u \in (0; 1]$. При $a = -2$ уравнения равносильны. При $a \ne -2$ уравнение имеет корни $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_2 = -\frac{a+1}{a+2}$. Тогда равносильность имеет место либо при $u_2 = \frac{1}{2}$ (что дает $a = -\frac{4}{3}$), либо при $u_2 \le 0$ или $u_2 > 0$ (что дает $a \in (-\infty; 2) \cup \left(-2; -\frac{3}{2}\right) \cup [-1; +\infty)$).

Вариант 2

1. $(-1; 2) \cup \left\{\frac{7}{2}\right\}$.

2. $\left(\frac{1}{13}; \frac{1}{4}\right) \cup (2; +\infty)$. *Указание.* $26x^2 + 11x - 1 = (2x+1)(13x-1)$.

3. $x = -\operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \pi n$, $y = \frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \pi n + 2\pi k$, $n, k \in \boldsymbol{Z}$.

Указание. Из первого уравнения получаем

$$\operatorname{tg} x = 2 \text{ или } \operatorname{tg} x = -\frac{1}{5}.$$

Из третьего уравнения имеем

$$y_1 = x + \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\quad y_2 = y_1 + \frac{\pi}{2}.$$

Второе уравнение преобразуем к виду

$$11\cos 2y - 10\sin 2y + 5 = 0.$$

Подставим в него выражения для y и выразим левую часть через $\operatorname{tg} x$. Убедимся, что этому уравнению удовлетворяет лишь $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{5}$ и y_1.

4. 360; 9:55. *Указание.* Отрезок MN параллелен биссектрисе CK угла BCA. Пирамида с основанием AMN гомотетична пирамиде $SACK$.