Рассмотрим квазимонохроматическое излучение с длиной волны λ_1. Пусть интенсивность этого излучения равна I_0. Очевидно, что интенсивность каждого из двух когерентных пучков, фокусируемых линзой $Л_2$ на фотоприемник, равна $I_0/4$. Если в данный момент времени длины плеч интерферометра (расстояния от делителя до зеркал) равны OA и OB, то разность хода между нашими двумя волнами составляет $\delta = 2(OA - OB)$, где множитель «2» учитывает распространение волны к зеркалу и обратно, фазовый сдвиг равен $\Delta\varphi = 2\pi\delta/\lambda_1$, суммарная интенсивность этих волн равна

$$I_1(t) = \frac{I_0}{4} + \frac{I_0}{4} + 2\frac{\sqrt{I_0}}{2}\frac{\sqrt{I_0}}{2}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\delta\right) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\delta\right)\right).$$

Введем обозначения: $\lambda_2 - \lambda_1 = \Delta\lambda$ и $\lambda_1 + \lambda_2 = 2\bar{\lambda}$, откуда $\lambda_1 = \bar{\lambda} - \Delta\lambda/2$, $\lambda_2 = \bar{\lambda} + \Delta\lambda/2$, где $\bar{\lambda}$ – средняя длина волны. После подстановки выражения для λ_1 суммарная интенсивность $I_1(t)$ будет

$$I_1(t) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda} - \Delta\lambda/2}\right)\right) \approx$$

$$\approx \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}} + \frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right)\right) =$$

$$= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}}\right)\cos\left(\frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right) \pm$$

$$- \frac{I_0}{2}\sin\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}}\right)\sin\left(\frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right).$$

Аналогично, для излучения с длиной волны λ_2 получим

$$I_2(t) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda} + \Delta\lambda/2}\right)\right) \approx$$

$$\approx \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}} \pm \frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right)\right) =$$

$$= \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2}\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}}\right)\cos\left(\frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right) +$$

$$+ \frac{I_0}{2}\sin\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}}\right)\sin\left(\frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right).$$

Суммарная интенсивность света на приемнике от излучений с обеими длинами волн будет

$$I(t) = I_1(t) + I_2(t) = I_0 + I_0\cos\left(\frac{2\pi\delta}{\bar{\lambda}}\right)\cos\left(\frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right).$$

Первый переменный сомножитель во втором члене этого выражения описывает высокочастотное периодическое колебание фототока, а второй сомножитель соответствует низкочастотной огибающей. По графику зависимости $I(t)$ находим, что период высокочастотных колебаний равен $T = 5$ с. За это время разность хода δ изменяется на $\bar{\lambda}$, что соответствует перемещению подвижного зеркала на $\bar{\lambda}/2$. Расстояние, пройденное зеркалом за время T, очевидно, равно Tv. Таким образом,

$$\frac{\bar{\lambda}}{2} = Tv\ , \text{ откуда}$$

$$\bar{\lambda} = 2Tv = 6\cdot 10^{-5}\ \text{см} = 600\ \text{нм}.$$

Как мы уже отмечали, функция $\cos\left(\frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\bar{\lambda}^2}\right)$ описывает огибающую высокочастотного сигнала. Из рисунка 11 можно найти, что за время, равное $14T$, фаза изменяется на π, а разность хода – на $\bar{\lambda}^2/\Delta\lambda$. Подвижное зеркало проходит за это время в два раза меньшее расстояние. Итак,

$$\frac{\bar{\lambda}^2}{2\Delta\lambda} = 14Tv, \text{ откуда}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\bar{\lambda}^2}{28Tv} \approx 43\ \text{нм}.$$

Таким образом, длины волн спектральных линий равны, соответственно,

$$\lambda_1 = \bar{\lambda} - \frac{\Delta\lambda}{2} = 578{,}5\ \text{нм},$$

$$\lambda_2 = \bar{\lambda} + \frac{\Delta\lambda}{2} = 621{,}5\ \text{нм}.$$

Задача 6. *На физической олимпиаде, проходившей в Московском физико-техническом институте в 1998 году, школьникам была предложена такая экспериментальная задача: с помощью штангенциркуля измерить длину волны лазерного излучения. В качестве лазера использовался миниатюрный твердотельный квантовый генератор. Один из участников олимпиады собрал экспериментальную установку, изображенную на рисунке 12. На горизонтальной поверхности стола, примыкающего к вертикальной стене комнаты, лежит штангенциркуль Ш. Излучение лазера Л, укрепленного на штативе, падает поперек миллиметровым рискам штангенциркуля. На миллиметровой бумаге, закрепленной на стене, наблюдается система дифракционных максимумов в виде светлых горизонтальных линий. Были проведены три замера: высота самой яркой линии (луч 1) $h_0 = 31$ мм, высота шестого дифракционного максимума (луч 2) $h_6 = 68$ мм и расстояние $L = 695$ мм. По этим данным определите длину волны лазерного излучения.*

Идея решения задачи понятна: использовать штангенциркуль с нанесенными на нем миллиметровыми рисками в качестве отражательной дифракционной решетки. Диаметр светового пучка лазера на расстоянии 1 м составляет ~4 мм, поэтому для увеличения числа рисок, освещаемых падающим пучком света, угол падения φ_0 должен быть близок к $\pi/2$.

Рассмотрим ход лучей, рассеянных на двух соседних рисках (рис.13). Расстояние между соседними штрихами (постоянная решетки) $d = 1$ мм. Обозначим угол падения лучей *1* и *2* через φ_0, а угол отражения лучей *1′* и *2′* – через φ_m, и пусть угол φ_m соответствует направлению на m-й дифракционный максимум. Разность хода лучей *1,1′* и *2,2′* равна

$$\Delta = d\sin\varphi_0 - d\sin\varphi_m.$$

Если угол φ_m соответствует направлению на m-й главный дифракционный максимум, то $\Delta = m\lambda$, где λ – длина волны света. Таким образом,

$$d\sin\varphi_0 - d\sin\varphi_m = m\lambda,$$

где $m = 0, 1, 2\ldots$

Очевидно, что направление на максимум нулевого порядка ($m = 0$) имеет место при $\varphi_m = \varphi_0$, т.е. когда происходит зеркальное отражение. Если высота расположения максимума h_0, то

$$\sin\varphi_0 = \frac{L}{\sqrt{L^2 + h_0^2}}.$$

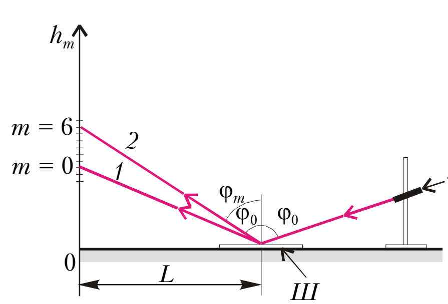

Рис. 12

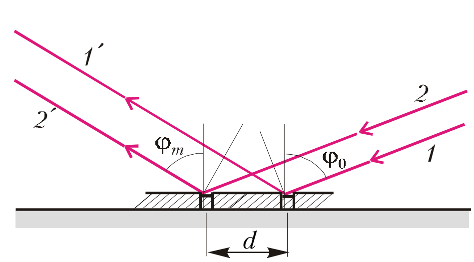

Рис. 13