*Физика 9—11*

*Публикуемая ниже заметка «Как Студент на сверхзвук выходил» предназначена девятиклассникам, заметка «Где найти прошлогоднюю зиму?» – десятиклассникам и «Хочешь общаться – излучай» – одиннадцатиклассникам.*

# Как Студент на сверхзвук выходил

**А.СТАСЕНКО**

*Не делай ничего наугад, а только по правилам искусства.*

Марк Аврелий

В ночь перед экзаменом по аэродинамике приснился Студенту страшный сон – будто, падая с кровати, достиг он сверхзвуковой скорости. Вскочив в холодном поту, задумался Студент: в самом деле, с какой высоты нужно упасть, чтобы достичь сверхзвука в атмосфере Земли? Вопрос не праздный – ведь этак можно было бы обойтись без аэродинамических труб, требующих большой мощности для разгона воздуха! И еще преимущество: поток воздуха в аэродинамической трубе неизбежно турбулентный (возмущенный), а в атмосфере турбулентность естественная, может быть, как раз такая, как в реальном полете. И еще важное соображение: исследуемое тело, например самолет или его модель, может быть любых размеров, в отличие от (поневоле) малых размеров в трубе. И еще… Но и перечисленных прелестей казалось достаточно, чтобы Студент с воодушевлением взялся за физические оценки.

Еще в школе он знал, что тело, сброшенное с высоты $l$, достигает (в вакууме) скорости (рис.1, слева)

$$v_0 = \sqrt{2gl}\,. \qquad (1)$$

Значит, чтобы достичь скорости порядка 330 м/с, высота должна быть равна

$$l = \frac{v_0^2}{2g} \approx \frac{\left(3{,}3\cdot 10^2\right)^2}{2\cdot 10}\ \text{м} \approx 5\ \text{км}\,.$$

(Конечно, не обязательно падать вертикально: можно, привязав тело к нити длиной $l$, достичь той же скорости в нижней точке колебаний. Что гораздо лучше: опыт будет снова и снова повторяться, пока продолжаются колебания – в отличие от одноразового падения вниз.)

Но в вакууме никакого звука нет – значит, нет и понятия сверхзвукового движения. А воздух будет оказывать сопротивление движению, и качественно ясно, что начальная высота, падая с которой тело может достичь сверхзвуковой скорости, должна быть больше полученной выше оценки. И, значит, на таких масштабах плотность атмосферы $\rho$ уже не придется считать постоянной величиной (см. рис.1, справа) – об этом отлично знают альпинисты.

Силу сопротивления можно описать, исходя из соображений размерностей:

$$F = C\frac{\rho v^2}{2}S\,. \qquad (2)$$

Здесь $\rho v^2/2$ – так называемый скоростной напор (он имеет размерность давления), $S$ – характерная площадь тела, например его лобового сечения. А вот $C$ – это безразмерный коэффициент сопротивления, который теория размерностей, естественно, «не чувствует». Ради его измерения и построены во всем мире мощные аэродинамические трубы, ради него Студент и задумался.

Так возник Проект Экспериментальной Установки.

Возьмем невесомую нерастяжимую нить длиной $l$, подвесим на ней сверхзвуковой авиалайнер (например, ТУ-144) или истребитель массой $m$ и, приведя этот «математический маятник» в горизонтальное положение, отпустим (см. рис.1, в центре). Потенциальная энергия самолета в любой точке его траектории, характеризуемой углом $\varphi$, равна

$$mgl(1-\cos\varphi)\,.$$

Проверим: в начальной точке, когда $\varphi = -\pi/2$, $\cos\varphi = 0$ и эта энергия равна $mgl$, а при $\varphi = 0$ (в самой нижней точке траектории) она равна нулю.

Не будь потерь энергии на сопротивление, суммарная механическая энергия сохранялась бы (собственно, из этого условия и найдена скорость $v_0$ в формуле (1)):

$$m\left(\frac{v^2}{2} + gl(1-\cos\varphi)\right) = mgl\,. \qquad (3)$$

Но если есть сила сопротивления, то суммарная механическая энергия колеблющегося тела будет убывать. Работа силы сопротивления на неболь-

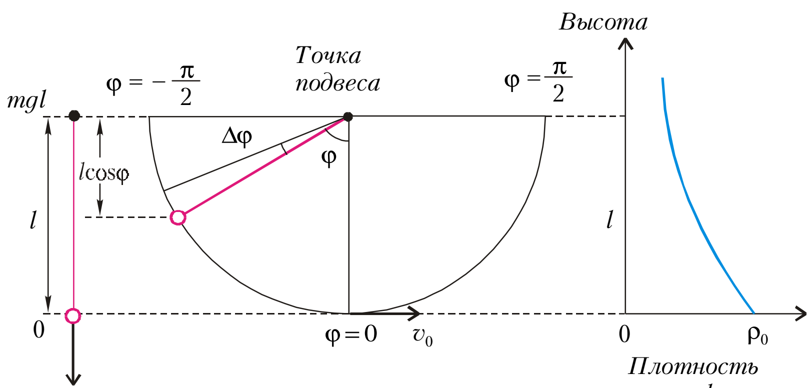


Рис. 1

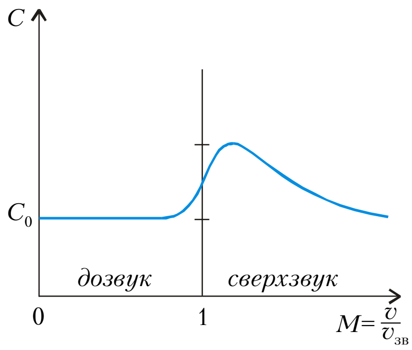


Рис. 2

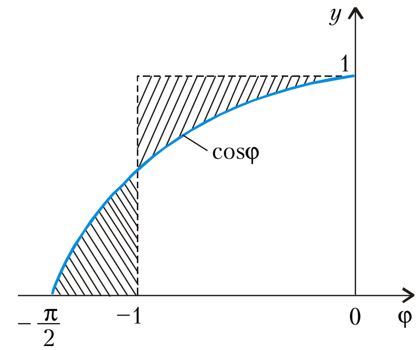


Рис. 3

шом участке пути длиной $l\Delta\varphi$ равна, очевидно, $Fl\Delta\varphi$. Значит, учитывая выражения (2) и (3), можно записать

$$\Delta\left(\frac{v^2}{2}+gl(1-\cos\varphi)\right)= -\frac{v^2}{2}\left(C\frac{\rho Sl}{m}\right)\Delta\varphi. \quad (4)$$

Обозначим набор величин в правой части в скобках одной буквой:

$$\beta=\frac{C\rho Sl}{m}.$$

Вообще говоря, это не постоянная. Действительно, первая же оценка по формуле (1) показала, что проектируемое устройство будет циклопическим сооружением, поэтому плотность воздуха $\rho$ будет заметно изменяться на таких масштабах. Да и безразмерный коэффициент сопротивления $C$ не постоянен, а зависит от отношения скорости движения тела к скорости звука $v_{зв}$, т.е. от числа Маха $M = v/v_{зв}$. Вблизи $M = 1$ он резко возрастает (рис.2), а затем уменьшается с ростом $M$ (для чего и делаются стреловидные крылья у сверхзвуковых самолетов). Конечно, все это можно учесть в правой части уравнения (4) и, решив его, например численно на компьютере, сравнить результаты теории и эксперимента, из чего и будет получена информация об искомом коэффициенте сопротивления.

Но Студент сделал проще. Чтобы оценить все-таки длину подвеса, при которой лайнер заведомо достигнет скорости звука, он сделал *Оценку Сверху,* или, как изящно выражаются математики, мажорировал. Для этого он выбрал для плотности самое большое значение $\rho_0 \approx 1$ кг/м$^3$ (у поверхности Земли), для коэффициента сопротивления взял максимальное значение (приблизительно вдвое большее, чем при дозвуковых скоростях) $C \approx 2C_0$, а скорость в выражении для работы силы сопротивления решил мажорировать ее значением для случая вакуума, которое получается из выражения (3):

$$\left(v^0\right)^2 = 2gl\cos\varphi = v_0^2\cos\varphi.$$

Итак, в формуле (4) справа стоит убыль механической энергии, заведомо бо́льшая (по модулю), чем в реальности, но зато теперь можно проще узнать, сколько будет «съедено» энергии, например на участке траектории от верхней точки ($\varphi = -\pi/2$) до нижней ($\varphi = 0$). Для этого надо сложить все потери энергии на каждом малом $\Delta\varphi$, или, как говорят взрослые, проинтегрировать функцию

$$-\beta_{max}\frac{v_0^2}{2}\cos\varphi,$$

где, по договору, $\beta_{max} = 2C_0\rho_0 Sl/m$. При этом придется найти площадь под кривой $y = \cos\varphi$ (рис.3). Кто умеет, да возьмет интеграл:

$$\int_{-\pi/2}^{0}\cos\varphi\, d\varphi = \sin\varphi\Big|_{-\pi/2}^{0} = 0-\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)=1.$$

А кто не умеет, и так поймет, взглянув на рисунок 3, что эта площадь порядка единицы (там для наглядности заштрихованы участки одинаковой площади).

Теперь изменение суммарной механической энергии можно записать так:

$$\left(\frac{v^2}{2}+gl(1-\cos 0)\right)- \left(0+gl\left(1-\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)\right)=-\beta_{max}gl\cdot 1.$$

Потребуем, чтобы скорость тела в нижней точке ($\varphi = 0$) стала равной скорости звука: $v = v_{зв}$, и учтем, что $\cos 0 = 1$, а $\cos(-\pi/2) = 0$. Тогда

$$\left(\frac{v_{зв}^2}{2}+0\right)-(0+gl)=-\beta_{max}gl.$$

В результате получим квадратное уравнение для искомой длины $l$:

$$v_{зв}^2 = 2g\left(1-\beta_{max}\right)l = 2g\left(1-\frac{2C_0\rho_0 Sl}{m}\right)l.$$

Подставляя характерные значения величин для «типичных» сверхзвуковых истребителей: $m = 30$ т, $S = 50$ м$^2$, $C_0 = 0{,}01$, найдем

$$l_1 \approx 7 \text{ км и } l_2 \approx 20 \text{ км}.$$

Даже меньший из этих двух корней сравним с высотой самых высоких гор на Земле.

И еще одна мысль пронзила Студента: центробежная сила!? Ведь вблизи нижней точки центростремительное ускорение будет равно

$$\frac{v_{зв}^2}{l}\approx 1{,}5g,$$

значит, перегрузка составит $2{,}5g$ – лайнер «потяжелеет», и это надо учесть при выборе троса.

Таким образом, если пропилить в самой высокой горе пропасть с вертикальными стенками шириной в несколько размахов крыла, затем наверху установить горизонтальную ось вращения, подвесить лайнер на тросе длиной семь километров... – работы хватит всем и надолго. А кстати, где можно достать тонкую (желательно нерастяжимую) нить длиной несколько километров, способную выдержать вес нескольких авиалайнеров?

С этими мыслями Студент и пошел на экзамен по экспериментальной аэродинамике. Результат экзамена в летописях не сохранился...