XXVI Всероссийская олимпиада школьников по математике

Заключительный этап олимпиады состоялся с 12 по 18 апреля 2000 года в Казани. Ему предшествовали зональные соревнования в Барнауле, Кирове, Краснодаре, Нижнем Новгороде, а также городские олимпиады Москвы и Санкт-Петербурга. Их победители (180 школьников из 47 регионов России, а также наиболее успешно выступившей на национальной олимпиаде Китая провинции Квантун) провели в столице Республики Татарстан семь запоминающихся дней.

Список призеров олимпиады свидетельствует о более заметных, чем, скажем, 5–7 лет назад, успехах юных математиков из областных центров и небольших городов. Особо отметим Белорецкую компьютерную школу, Гуманитарно-естественный лицей 41 Ижевска и ФМЛ Кирова; именно эти учебные заведения наряду с Московской государственной Пятьдесят седьмой школой и ФМЛ 239 Петербурга были представлены своими учащимися во всех параллелях. Любопытны цифры по Краснодару: 13 участников из 10 разных школ.

Замечательно выступили на олимпиаде ростовчанин *Олег Гольберг* **(9 класс), мурманчанин** *Сергей Волков* **(10 класс), петербуржец** *Юрий Лифшиц* **(11 класс) и кировчанин** *Андрей Халявин* **(ученик 9 класса, выступавший за 11 класс). Эти ребята решили все задачи.**

А команду России для участия в XLI Международной математической олимпиаде составили *В.Дремов, Ю.Лифшиц, А.Поярков, А.Гайфуллин, А.Федотов* **и** *А.Халявин;* **запасным участником был определен** *Е.Зинин.*

В заключение следует поблагодарить оргкомитет, работу которого возглавлял заместитель министра образования Татарстана И.Г.Хадиуллин. Основные события олимпиады происходили в школе 1, а из «нематематической» программы наиболее интересными были экскурсии в музей Н.И.Лобачевского и в казанский Кремль.

Ниже приводятся условия задач зонального и заключительного этапов и список призеров олимпиады.

Задачи олимпиады

Зональный этап

8 класс

1. Ненулевые числа a и b удовлетворяют равенству

$$a^2b^2\left(a^2b^2+4\right)=2\left(a^6+b^6\right).$$

Докажите, что хотя бы одно из них иррационально.

Н.Агаханов

2. В некотором городе на любом перекрестке сходятся ровно три улицы. Улицы раскрашены в три цвета так, что на каждом перекрестке сходятся улицы трех разных цветов. Из города выходят три дороги. Докажите, что они разных цветов.

С.Дужин

3. Какое наименьшее число сторон может иметь нечетноугольник (не обязательно выпуклый), который можно разрезать на параллелограммы?

Л.Емельянов

4. Два пирата делят добычу, состоящую из двух мешков монет и алмаза, действуя по следующим правилам.

Вначале первый пират забирает себе из любого мешка несколько монет и перекладывает из этого мешка в другой такое же количество монет. Затем так же поступает второй пират (выбирая мешок, из которого он берет монеты, по своему усмотрению), и т.д. до тех пор, пока можно брать монеты по этим правилам. Пирату, взявшему монеты последним, достается алмаз. Кому достанется алмаз, если каждый из пиратов старается получить его?

Дайте ответ в зависимости от первоначального количества монет в мешках.

Д.Храмцов

5. Даны 8 гирек массой 1, 2, …, 8 граммов, но неизвестно, какая из них какой массы. Барон Мюнхгаузен утверждает, что помнит массу каждой гирьки, и в доказательство своей правоты готов провести одно взвешивание, в результате которого будет однозначно установлена масса хотя бы одной из гирь. Не обманывает ли он?

А.Шаповалов

6. Пусть от платформы A до платформы B электропоезд прошел за X минут ($0 < X < 60$). Найдите X, если известно, что как в момент отправления от A, так и в момент прибытия в B угол между часовой и минутной стрелками равнялся X градусам.

С.Токарев

7. Биссектрисы AD и CE треугольника ABC пересекаются в точке O. Прямая, симметричная AB относительно CE, пересекает прямую, симметричную BC относительно AD, в точке K. Докажите, что $KO \perp AC$.

М.Сонкин

8. В стране 2000 городов. Каждый город связан беспосадочными двусторонними авиалиниями с некоторыми другими городами, причем для каждого города число исходящих из него авиалиний есть степень двойки (т.е. 1, 2, 4, 8, …). Для каждого города A статистик подсчитал количество маршрутов, имеющих не более одной пересадки, связывающих A с другими городами, а затем просуммировал полученные результаты по всем 2000 городам. У него получилось 100000. Докажите, что статистик ошибся.

И.Рубанов

9 класс

1. Миша решил уравнение $x^2+ax+b=0$ и сообщил Диме набор из четырех чисел – два корня и два коэффициента этого уравнения (но не сказал, какие именно из них корни, а какие – коэффициенты). Сможет ли Дима узнать, какое уравнение решал Миша, если все числа набора оказались различными?

М.Евдокимов

2. Существуют ли различные взаимно простые в совокупности натуральные числа a, b и c, большие 1 и такие, что 2^a+1 делится на b, 2^b+1 делится на c, а 2^c+1 делится на a?

В.Сендеров

3. На прямой имеется $2n+1$ отрезок. Любой отрезок пересекается по крайней мере с n другими. Докажите, что существует отрезок, пересекающийся со всеми остальными.

С.Берлов