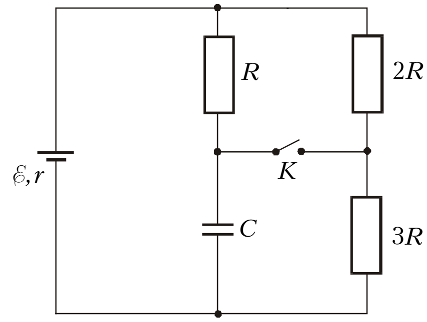

Рис. 3

ный момент ключ K разомкнут, а конденсатор не заряжен. Параметры схемы указаны на рисунке. Определите начальные токи через ключ и через батарею сразу после замыкания ключа.

Сразу после замыкания ключа K напряжение на конденсаторе остается равным нулю, поэтому начальный ток через резистор $3R$ (более точно – через резистор сопротивлением $3R$) будет равен нулю. Эквивалентная схема для этого момента времени изображена на

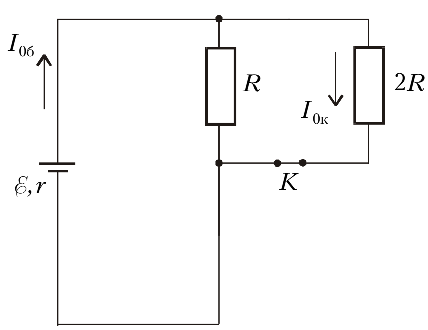

Рис. 4

рисунке 4. Начальный ток через батарею, очевидно, равен

$$I_{0\text{б}} = \frac{\mathcal{E}}{r + \dfrac{2R^2}{3R}} = \frac{3\mathcal{E}}{3r + 2R}.$$

Такой же ток течет и через конденсатор. А начальный ток через ключ равен начальному току, протекающему через резистор $2R$:

$$I_{0\text{к}} = \frac{\mathcal{E}}{3r + 2R}.$$

Задача 3. *В электрической схеме, изображенной на рисунке 5, ключ K разомкнут, а конденсатор заряжен до некоторого напряжения U_x. Параметры схемы указаны на рисунке. Определите величину U_x, при которой ток через батарею сразу после замыкания ключа останется неизменным.*

До замыкания ключа через батарею течет ток

$$I_{\text{б}} = \frac{\mathcal{E}}{r + R_1}.$$

Сразу после замыкания ключа напряжение на конденсаторе остается неизменным и равным U_x. Пусть в этот

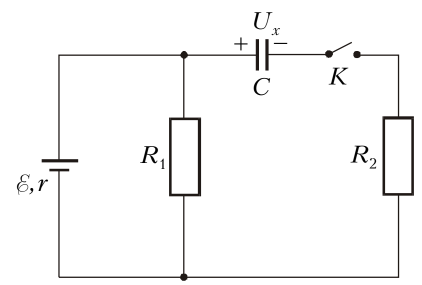

Рис. 5

момент в цепи текут токи, изображенные на рисунке 6. Запишем закон Ома для контура, охватывающего батарею

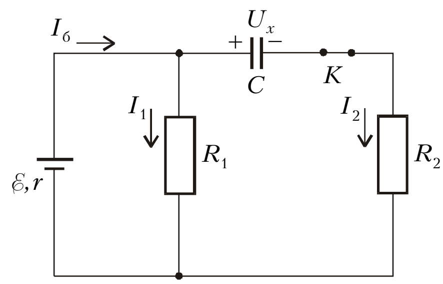

Рис. 6

и резистор R_1:

$$\mathcal{E} = I_1 R_1 + I_{\text{б}} r.$$

Поскольку ток $I_{\text{б}}$ сохраняется, то и ток I_1 через резистор R_1 остается неизменным, значит, $I_1 = I_{\text{б}}$. По закону сохранения заряда, $I_{\text{б}} = I_1 + I_2$, откуда следует, что $I_2 = 0$. Запишем теперь закон Ома для контура, охватывающего батарею, конденсатор и резистор R_2:

$$\mathcal{E} = I_{\text{б}} r + U_x + I_2 R_2.$$

С учетом выражений для I_2 и $I_{\text{б}}$ получим

$$U_x = \frac{R_1 \mathcal{E}}{r + R_1}.$$

Задача 4*. *В электрической схеме, изображенной на рисунке 1, в начальный момент ключ K разомкнут, а конденсатор не заряжен. Параметры схемы указаны на рисунке. Найдите зависимость от времени тока через батарею после замыкания ключа. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь ($r = 0$).*

Сразу оговоримся, что решение этой задачи выходит за рамки школьной программы, но интерес представляет не само решение, а физическая сторона переходных процессов и та роль, которую выполняют конденсаторы в подобных цепях.

Рассмотрим произвольный момент времени после замыкания ключа, причем за начало отсчета времени возьмем момент окончания первого этапа – установления начальных значений токов и напряжений. Именно начиная с этого момента в цепи будет идти квазистационарный процесс.

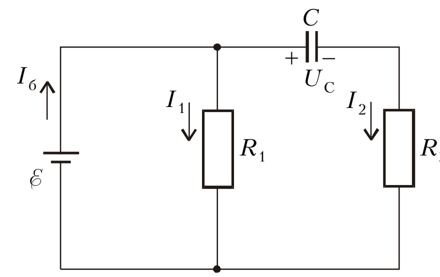

Рис. 7

Согласно рисунку 7, для произвольного момента времени можно записать:

$$\mathcal{E} = U_C + I_2 R_2,$$

$$\mathcal{E} = I_1 R_1,$$

$$I_{\text{б}} = I_1 + I_2,$$

$$I_2 = C\frac{dU_C}{dt}.$$

Первое уравнение – это закон Ома для контура, содержащего батарею, конденсатор и резистор R_2, второе – закон Ома для контура, охватывающего батарею и резистор R_1, третье – закон сохранения заряда, четвертое – связь между током I_2 и изменением напряжения на конденсаторе. Продифференцировав первое уравнение по времени и решая его совместно с остальными тремя уравнениями, получим дифференциальное уравнение относительно тока через батарею:

$$\frac{dI_{\text{б}}}{dt} + \frac{1}{R_2 C} I_{\text{б}} = \frac{\mathcal{E}}{R_1 R_2 C}.$$

Семейство решений этого уравнения имеет вид

$$I_{\text{б}}(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{\mathcal{E}}{R_1},$$

где A – произвольная константа, $\tau = R_2 C$ – постоянная времени. Константа A определяется начальным током $I_{\text{б}}(0)$, который мы уже находили в задаче 1. При $r = 0$ получим

$$I_{\text{б}}(0) = \frac{(R_1 + R_2)\mathcal{E}}{R_1 R_2}.$$

Для данного начального тока зависимость тока через батарею от времени