

Рис. 2

шом участке пути длиной $l\Delta\varphi$ равна, очевидно, $F\Delta\varphi$. Значит, учитывая выражения (2) и (3), можно записать

$$\Delta\left(\frac{v^2}{2} + gl(1 - \cos\varphi)\right) = -\frac{v^2}{2}\left(C\frac{\rho Sl}{m}\right)\Delta\varphi. \quad (4)$$

Обозначим набор величин в правой части в скобках одной буквой:

$$\beta = \frac{C\rho Sl}{m}.$$

Вообще говоря, это не постоянная. Действительно, первая же оценка по формуле (1) показала, что проектируемое устройство будет циклопическим сооружением, поэтому плотность воздуха ρ будет заметно изменяться на таких масштабах. Да и безразмерный коэффициент сопротивления C не постоянен, а зависит от отношения скорости движения тела к скорости звука $v_{зв}$, т.е. от числа Маха $M = v/v_{зв}$. Вблизи $M = 1$ он резко возрастает (рис. 2), а затем уменьшается с ростом M (для чего и делаются стреловидные крылья у сверхзвуковых самолетов). Конечно, все это можно учесть в правой части уравнения (4) и, решив его, например численно на компьютере, сравнить результаты теории и эксперимента, из чего и будет получена информация об искомом коэффициенте сопротивления.

Но Студент сделал проще. Чтобы оценить все-таки длину подвеса, при которой лайнер заведомо достигнет скорости звука, он сделал *Оценку Сверху*, или, как изящно выражаются математики, мажорировал. Для этого он выбрал для плотности самое большое значение $\rho_0 \approx 1 \text{ кг/м}^3$ (у поверхности Земли), для коэффициента сопротивления взял максимальное

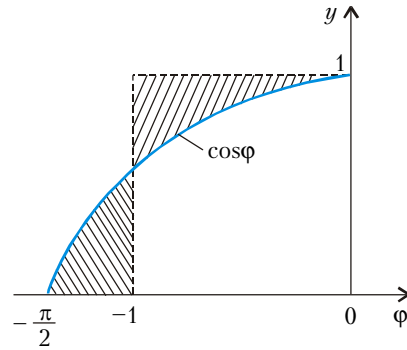


Рис. 3

значение (приблизительно вдвое большее, чем при дозвуковых скоростях) $C \approx 2C_0$, а скорость в выражении для работы силы сопротивления решил мажорировать ее значением для случая вакуума, которое получается из выражения (3):

$$(v^0)^2 = 2gl \cos\varphi = v_0^2 \cos\varphi.$$

Итак, в формуле (4) справа стоит убыль механической энергии, заведомо большая (по модулю), чем в реальности, но зато теперь можно проще узнать, сколько будет «съедено» энергии, например на участке траектории от верхней точки ($\varphi = -\pi/2$) до нижней ($\varphi = 0$). Для этого надо сложить все потери энергии на каждом малом $\Delta\varphi$, или, как говорят взрослые, проинтегрировать функцию

$$-\beta_{\max} \frac{v_0^2}{2} \cos\varphi,$$

где, по договору, $\beta_{\max} = 2C_0\rho_0 Sl/m$. При этом придется найти площадь под кривой $y = \cos\varphi$ (рис. 3). Кто умеет, да возьмет интеграл:

$$\int_{-\pi/2}^0 \cos\varphi d\varphi = \sin\varphi \Big|_{-\pi/2}^0 = 0 - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

А кто не умеет, и так поймет, взглянув на рисунок 3, что эта площадь порядка единицы (там для наглядности заштрихованы участки одинаковой площади).

Теперь изменение суммарной механической энергии можно записать так:

$$\left(\frac{v^2}{2} + gl(1 - \cos 0)\right) - \left(0 + gl\left(1 - \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)\right) = -\beta_{\max} gl \cdot 1.$$

Потребуем, чтобы скорость тела в нижней точке ($\varphi = 0$) стала равной скорости звука: $v = v_{зв}$, и учтем, что $\cos 0 = 1$, а $\cos(-\pi/2) = 0$. Тогда

$$\left(\frac{v_{зв}^2}{2} + 0\right) - (0 + gl) = -\beta_{\max} gl.$$

В результате получим квадратное уравнение для искомой длины l :

$$v_{зв}^2 = 2g(1 - \beta_{\max})l = 2g\left(1 - \frac{2C_0\rho_0 Sl}{m}\right)l.$$

Подставляя характерные значения величин для «типичных» сверхзвуковых истребителей: $m = 30 \text{ т}$, $S = 50 \text{ м}^2$, $C_0 = 0,01$, найдем

$$l_1 \approx 7 \text{ км} \text{ и } l_2 \approx 20 \text{ км}.$$

Даже меньший из этих двух корней сравним с высотой самых высоких гор на Земле.

И еще одна мысль пронзила Студента: центробежная сила!? Ведь вблизи нижней точки центростремительное ускорение будет равно

$$\frac{v_{зв}^2}{l} \approx 1,5g,$$

значит, перегрузка составит $2,5g$ – лайнер «потяжелееет», и это надо учесть при выборе троса.

Таким образом, если пропилить в самой высокой горе пропасть с вертикальными стенками шириной в несколько размахов крыла, затем наверху установить горизонтальную ось вращения, подвесить лайнер на тросе длиной семь километров... – работы хватит всем и надолго. А кстати, где можно достать тонкую (желательно нерастяжимую) нить длиной несколько километров, способную выдерживать вес нескольких авиалайнеров?

С этими мыслями Студент и пошел на экзамен по экспериментальной аэродинамике. Результат экзамена в летописях не сохранился...