откуда получаем

$$q = -Q\frac{R_1}{R_2} = -5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}.$$

Именно этот заряд и протечет через гальванометр.

Задача 8. *В системе, изображенной на рисунке 13, радиус внутренней*

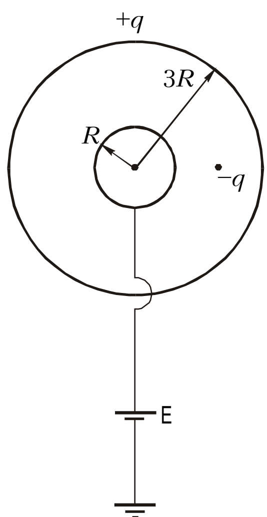

Рис. 13

проводящей сферы R, внешней (тоже проводящей) 3R, заряд внешней сферы +q. На расстоянии 2R от центра системы находится точечный заряд −q. Зная величины q, $\mathcal{E}$, R, определите заряд внутренней сферы. Потенциал земли принять равным нулю.

Рассмотрим вспомогательную задачу. Пусть на расстоянии $2R$ от проводящей сферы радиусом R расположен точечный заряд $-q$. Определим потенциал сферы. Заряд $-q$ приведет к перераспределению зарядов на сфере (к ее поляризации). Обозначим через σ поверхностную плотность заряда на сфере. По закону сохранения заряда,

$$\sum_i \sigma_i \Delta S_i = 0,$$

где ΔS_i – площадь i-го участка сферы, а σ_i – плотность заряда i-го участка. Тогда из принципа суперпозиции находим потенциал в центре сферы:

$$\varphi = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2R} + \sum_i \frac{\sigma_i \Delta S_i}{4\pi\varepsilon_0 R} = -\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R}.$$

При этом напряженность электрического поля внутри проводящей сферы равна нулю. Следовательно, потенциал внутри сферы постоянен и равен потенциалу на ее поверхности, т.е.

$$\varphi_R = -\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R}.$$

Теперь решение поставленной задачи очевидно. Согласно принципу суперпозиции, потенциал внутренней сферы равен

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 3R} - \frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R},$$

откуда находим искомый заряд внутренней сферы:

$$Q = 4\pi\varepsilon_0 R\mathcal{E} + \frac{1}{6}q.$$

Упражнения

1. В плоский конденсатор, подключенный к источнику с постоянной ЭДС $\mathcal{E}$, параллельно обкладкам помещена плоская пластина, имеющая заряд q. Расстояния от пластины до обкладок d_1 и d_2. Площадь пластины и обкладок S. Определите силу, действующую на пластину со стороны электрического поля.

2. Три плоские металлические пластины образуют сложный конденсатор. На средней пластине имеется заряд $+Q$, крайние незаряженные пластины закорочены проводником. Определите величину и направление напряженностей электрического поля между пластинами, если расстояния между пластинами l_1 и l_2 ($l_1 > l_2$), а площадь каждой пластины S.

3. Две соединенные проводником пластины плоского конденсатора площадью S каждая находятся на расстоянии d друг от друга во внешнем однородном электрическом поле. Расстояние между пластинами мало по сравнению с размерами пластин. Определите напряженность внешнего электрического поля, если известно, что при медленном сближении пластин до расстояния $d/3$ была совершена работа A.

4. Внутри плоского конденсатора, между обкладками которого с помощью источника напряжения поддерживается постоянная разность потенциалов U, расположена плоскопараллельная металлическая пластина толщиной l и массой m. Пластина в начальный момент прижата к левой обкладке конденсатора, а затем отпускается. Чему будет равно ускорение пластины в тот момент, когда она будет занимать симметричное положение относительно обкладок конденсатора? Площадь каждой пластины S, а расстояние между обкладками d.

5. В системе, похожей на изображенную на рисунке 13, радиус внутренней проводящей сферы R, внешней (тоже проводящей) $2R$. На расстоянии $3R$ от центра системы находится точечный заряд $-q$. Зная величины q, $\mathcal{E}$ и R, определите заряд на внешней сфере. Потенциал земли принять равным нулю.

ОТВЕТЫ, УКАЗАНИЯ, РЕШЕНИЯ

«Квант» для младших школьников

Задачи

(см. «Квант» №3)

1. Пусть Алеше x лет, а Грише – y лет. Тогда Боре $x - 3$ лет ($x > 6$). Согласно условию задачи,

$$y(x-3) = x(x-6) + 9, \text{ отсюда } (x-3)(x-3-y) = 0.$$

Так как $x > 6$, то $x - y = 3$, т.е. Алеша старше Гриши на 3 года.

2. Разрежем ленту на такие 7 частей: 1, 23, 4, 5, 6, 7, 89, а затем перевернем шестерку, превратив ее в девятку. В результате получатся 7 попарно взаимно простых чисел: 1, 23, 4, 5, 9, 7, 89. Очевидно, что большего количества частей достичь невозможно.

3. Предположим, найдется такое натуральное число n, что $n^2 + n + 1$ делится на 9. Тогда из тождества $(n^2+n+1)(n-1) = n^3 - 1$ следует, что $n^3 - 1$ делится на 3. Отсюда заключаем, что число n при делении на 3 должно давать в остатке 1. Рассмотрим разность двух чисел $(n-1)^2$ и $n^2 + n + 1$, каждое из которых делится на 9:

$$(n-1)^2 - (n^2+n+1) = -3n.$$

Отсюда видно, что число n делится на 3. Полученное противоречие свидетельствует о том, что натурального числа n, удовлетворяющего условию задачи, не существует.

4. Пусть в Думе насчитывается x рыцарей и $101 - x$ лжецов. Если вывести из состава Думы рыцаря, то оставшихся $x - 1$ рыцарей меньше, чем $101 - x$ лжецов, т.е. $x - 1 < 101 - x$, откуда $x < 51$. Если вывести из состава Думы лжеца, то оставшихся $100 - x$ лжецов будет не больше, чем x рыцарей (так как лжец врет), т.е. $100 - x \le x$, откуда $x \ge 50$. Исходя из полученных неравенств, получаем $x = 50$.

5. Обозначим катеты прямоугольных треугольников *a, b,*