Случай в газовой туманности

А.СТАСЕНКО

Бешено стучали сердца, вращались рототроны, дрожали осцилляторы; смотроскопы показывали искривление пространства-времени. Сквозь заклепки сочились кванты. Черная энтропия росла...

– Ба, да ведь мы на краю обыкновенной гиперплоскости! – воскликнул Сто Двадцать Пятый штурман.

Из квазинаучной фантастики

Случилось это как-то давным-давно: два звездолета нежданно попали в область притяжения холодного водородного облака и истратили весь запас топлива на торможение, так что остановились буквально у его границы. Что было делать? Конечно, «лечь в дрейф», как говорили древние моряки, – ничего не делать и ждать помощи.

Тут астронавты заметили, что корабли затормозили у границы облака в разном положении: один – перпендикулярно границе, а другой – параллельно. (Надобно сказать, что в ту пору звездолеты строили в виде тонких дисков.) Засели штурманы за компьютеры и решили узнать, как будут двигаться их корабли и – самое главное – когда они будут вновь сближаться. Засядем и мы.

Пусть (как вскоре и выяснили астронавты) облако водорода будет плоским и однородным (т.е. постоянной плотности). Поскольку есть скопление массы, должно быть поле тяготения. Ясно, что во всех точках средней плоскости (при $x = 0$ на рисунке 1) сила тяготения равна нулю – из соображений симметрии. При удалении от плоскости симметрии сила тяготения в расчете на единицу массы – т.е. ускорение тяготения – должна расти по модулю, а, как вектор, ускорение тяготения должно быть направлено к плоскости симметрии.

Великий математик Гаусс догадался, как все эти мысли записать короче. Выделим мысленно внутри слоя коробку с крышками площадью S, расположенными при x и $-x$ параллельно границам (и плоскости симметрии) газового слоя (на рисунке 1,*а* она показана сбоку). Ускорение тяготения $g(x)$ постоянно во всех точках этих крышек. Похоже, что оно как бы «втекает» внутрь коробки, поэтому произведение $2Sg(x)$ называется потоком вектора $\vec{g}$ внутрь этой коробки. Так вот, *теорема Гаусса* утверждает, что этот поток пропорционален массе вещества внутри коробки $\rho \cdot 2Sx$ – только эта масса и порождает этот поток, причем коэффициентом пропорциональности является гравитационная постоянная G, умноженная на 4π. Таким образом,

$$2Sg(x) = -4\pi G\rho \cdot 2Sx\,, \qquad (1)$$

где знак «минус» показывает, что вектор $\vec{g}$ направлен именно внутрь коробки.

Кто хочет, может проверить теорему Гаусса на примере точечной гравитирующей массы m_1. Действительно, окружим точечную массу сферой радиусом r и, значит, площадью $4\pi r^2$ (рис.2). Тогда

$$g(r) \cdot 4\pi r^2 = -4\pi G m_1\,,$$

откуда

$$g(r) = -\frac{Gm_1}{r^2}$$

– получили известное выражение для ускорения силы Ньютона для гравитирующей точки. Можно сказать, что закон всемирного тяготения «спрятан» в теореме Гаусса.

Итак, из равенства (1) находим

$$g(x) = -4\pi G\rho x\,.$$

Но если сила пропорциональна смещению x (см. рис.1,*б*), то потенциаль-

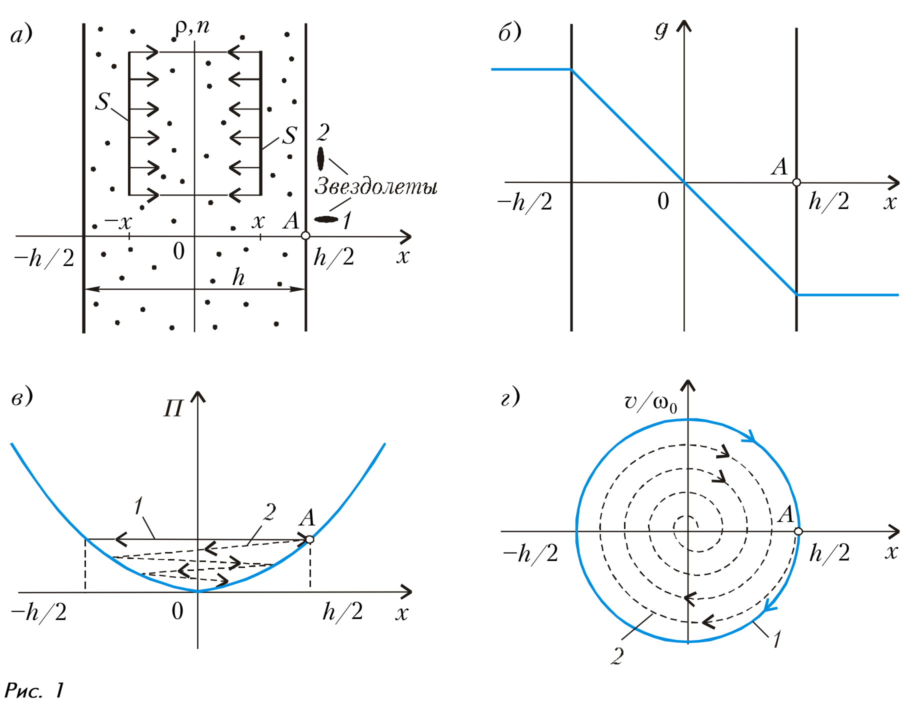

Рис. 1

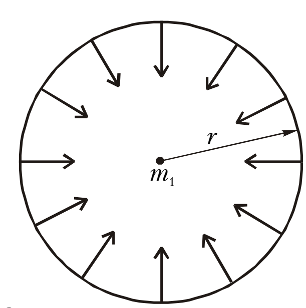

Рис. 2