динамику частицы, то мы должны сказать, что в евклидовом пространстве без границ это невозможно.

А что будет, если пространство искривлено и потеряна однородность? Разумеется, проблема бесконечности собственной энергии останется: это следствие точечности источника, с которой кривизна пространства ничего поделать не может. Но не это главное. Предположим, что мы нашли удовлетворяющую всем разумным требованиям процедуру перенормировки. Естественно ожидать, что в этом случае перенормированная собственная электростатическая энергия будет зависеть от положения заряда. Это было бы вполне естественным следствием отсутствия однородности пространства. Но если энергия зависит от точки, то, как это известно из механики, на частицу действует сила. Мы пришли к заключению, что на уединенный точечный заряд, помещенный в искривленное пространство, может действовать сила, появление которой обязано тому, что пространство имеет структуру, отличающуюся от структуры евклидова пространства.

Чтобы разобраться в этом вопросе несколько подробнее, рассмотрим конкретный пример.

Коническое пространство: кривизна без кривизны

Мы привыкли к тому, что если в пространстве введена декартова система координат, то множество точек, имеющих одну и ту же координату z, образует евклидову плоскость. Это соответствует изображенной на рисунке 1 структуре, когда трехмерное евклидово пространство представляется в виде слоеного пирога из наложенных друг на друга евклидовых плоскостей. При этом каждая

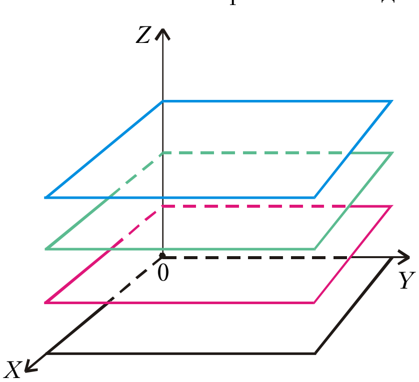

Рис.1

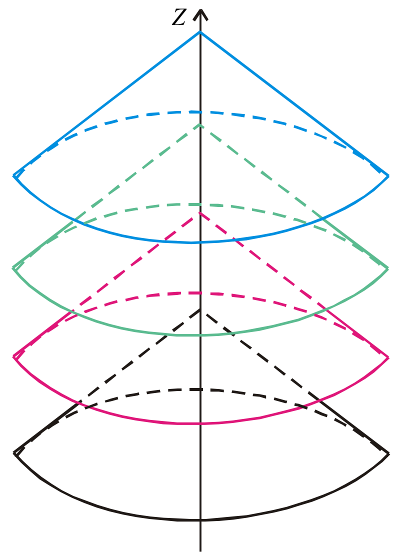

Рис.2

точка пространства принадлежит одной и только одной плоскости.

Заменим теперь каждую из изображенных на рисунке 1 плоскостей конусом так, как это схематически показано на рисунке 2. Иными словами, попробуем представить себе трехмерное пространство, в котором введена *ортогональная* система координат и каждому фиксированному значению координаты z соответствует двумерная поверхность с геометрией конуса. Мы намеренно выделили слово «ортогональная», поскольку трехмерное евклидово пространство также можно заполнить наложенными друг на друга конусами, однако там нельзя ввести ортогональную систему координат таким образом, чтобы все точки конуса имели одну и ту же координату z. Заметим, что в построенном нами *коническом* пространстве плоскому движению, при котором координата z фиксирована, будет соответствовать движение по поверхности конуса.

А действительно ли наше пространство искривлено? Конечно, но достаточно нетривиальным образом.

В самом деле, чтобы сделать конус, следует взять лист бумаги (евклидову плоскость), как это показано на рисунке 3, провести из произвольным образом выбранной точки A под некоторым углом $\Delta\varphi$ два луча, удалить (вырезать) заштрихованную область, а соответствующие точки краев разреза отождествить (склеить по краям разреза). Понятно, что при этом не происходит деформации листа ни в одной точке, за

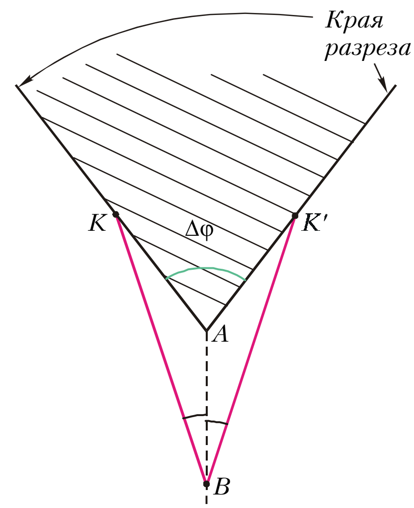

Рис.3

исключением самой точки A, которая теперь становится вершиной конуса. Углы и расстояния остаются неизменными. Остается справедливой теорема Пифагора, если только вершина конуса не попадет внутрь треугольника. Но все же что-то изменяется… Если из некоторой точки B, лежащей вне вершины, мы проведем два луча так, чтобы образуемые ими с линией AB углы были равны, то лучи снова пересекутся. Действительно, длины отрезков AK и AK' одинаковы, а соответствующие точки краев разреза отождествляются: точки K и K' – это на самом деле одна и та же точка. Две прямые, которые вышли из одной точки, снова пересеклись!

Таким образом, мы построили поверхность, которая *локально* неотличима от евклидовой плоскости, но ее *глобальные* свойства совсем другие. Можно сказать, что вся кривизна конуса сосредоточена в его вершине. Это свойство принципиально отличает конус от других искривленных поверхностей (таких, например, как поверхность сферы) и будет крайне существенным в дальнейшем.

Самодействие в картинках

Вернемся к проблеме самодействия и посмотрим, как это выглядит в случае конического пространства. К сожалению, аналитическое рассмотрение задачи предполагает знание разделов математики, которые не знакомы большей части читателей журнала. Поэтому мы вынуждены