

Рис. 6

Тепло отводится на изохоре 2–3:

$$Q_{23} = C_V(T_2 - T_3) = 3p_0V_0$$

и на изобаре 3–1:

$$Q_{31} = (C_V + R)(T_3 - T_1) = \frac{5}{2}p_0V_0.$$

Суммарное отведенное тепло равно

$$Q_2 = Q_{23} + Q_{31} = \frac{11}{2}p_0V_0,$$

работа в цикле составляет

$$A = Q_1 - Q_2 = \frac{1}{2}p_0V_0$$

(этот результат очевиден, так как работа в цикле – это площадь прямоугольного треугольника 1 2 3 с катетами p_0 и V_0), а КПД цикла равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1} = \frac{1}{12}.$$

Отметим, что при решении этой задачи (и других подобных) абитуриенты часто приводят «очевидный» ответ $\eta = 1/3$. Трактуются это как отношение «полезной» работы в цикле $A = p_0V_0/2$ к «затраченной» на участке 1–2 работе $A_{12} = 3/2 p_0V_0$. При таком «решении», очевидно, неверно подсчитано подведенное в цикле тепло Q_1 .

Задача 8. В замкнутом цикле, состоящем из изотермы 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1 (рис.7), КПД равен η , а разность максимальной и минимальной температур равна ΔT . Найдите работу расширения в изотермическом процессе, если рабочее тело – моль гелия.

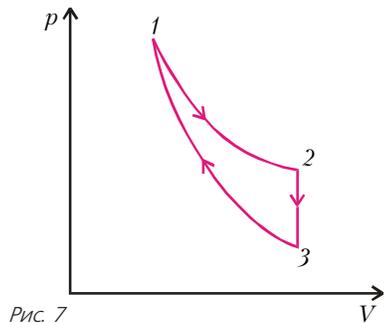


Рис. 7

Тепло в цикле подводится на изотерме:

$$Q_1 = Q_{12} = A_{12},$$

а отводится на изохоре:

$$Q_2 = Q_{23} = C_V(T_2 - T_3) = C_V\Delta T.$$

КПД цикла равен

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{C_V\Delta T}{A_{12}},$$

откуда

$$A_{12} = \frac{3/2 R \Delta T}{1 - \eta}.$$

Заметим, что это один из немногих примеров, когда КПД равен отношению работы в цикле (полезной работы, равной площади фигуры внутри кривых, образующих цикл) к работе на изотерме (затраченной работе, равной площади под кривой изотермического процесса). Читателю предоставляется самостоятельно понять, почему при неправильном определении КПД получается правильный результат, а также придумать хотя бы еще один цикл, обладающий таким же свойством.

Задача 9. КПД цикла 1–2–3–1 (рис.8), где 1–2 – изохора, 2–3 – изобара и 3–1 – участок линейной зависимости давления от объема (на диаграмме p – V – это прямая с произвольным положительным наклоном), равен η_1 . Найдите КПД цикла 1–3–4–1, в котором 3–4 – изохора, 4–1 –

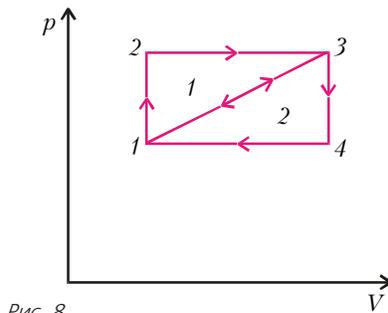


Рис. 8

– изобара. Рабочее тело в обоих случаях – моль гелия.

В цикле 1–2–3–1 тепло Q_2 отводится на участке 3–1. Хотя теплоемкость в этом процессе и не остается постоянной, но можно показать, что она не меняет знака. С другой стороны, температура в этом процессе является монотонной функцией объема. Поэтому для цикла 1–2–3–1 тепло на участке 3–1 только отводится, а, соответственно, для цикла 1–3–4–1 – только подводится. Работа в рассматриваемых циклах одна и та же. Обозначив ее через A , для первого цикла имеем

$$\eta_1 = \frac{A}{Q_1} = \frac{A}{A + Q_2},$$

где Q_1 – количество теплоты, подведенное на изохоре 1–2 и на изобаре 2–3. Аналогично, для второго цикла тепло подводится на участке 1–3 в количестве Q_2 , поэтому

$$\eta_2 = \frac{A}{Q_2} = \frac{\eta_1}{1 - \eta_1}.$$

Упражнения

1. Моль гелия расширяется в процессе $p^2V = \text{const}$ так, что изменение его температуры равно $\Delta T = 0,3$ К. Какую работу совершил газ, если известно, что относительные изменения его давления $\Delta p/p$, объема $\Delta V/V$ и температуры $\Delta T/T$ оказались малыми.

2. Моль гелия совершает работу A в замкнутом цикле, состоящем из изобары 1–2, изохоры 2–3 и адиабаты 3–1 (рис.9). Сколько тепла было подведено к газу в изобарическом процессе, если

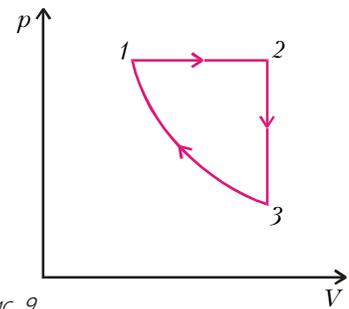


Рис. 9

разность максимальной и минимальной температур газа в цикле составила ΔT ?

3. Моль гелия из начального состояния 1 с температурой $T_1 = 100$ К, расширяясь через турбину в пустой сосуд, совершает некоторую работу и переходит в состояние 2. Этот переход происходит без подвода или отвода тепла. Затем газ сжимают в двух процессах, возвращая его в исходное состояние. Сначала сжатие происходит в процессе 2–3 с линейной зависимостью давления от объема, а затем – в адиабатическом процессе 3–1 (рис.10). Найдите работу, совершенную газом при расширении через

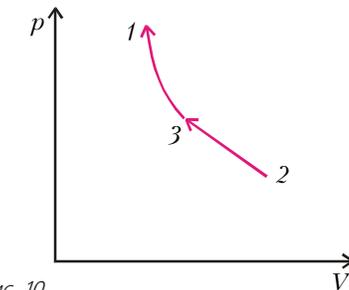


Рис. 10

турбину в переходе 1–2, если в процессе сжатия 2–3–1 над газом была совершена работа $A = 1090$ Дж. Известно, что $T_2 = T_3$, $V_2/V_3 = 2$.

4. В цикле 1–3–4–1 (см. рис.8) КПД равен η . Чему равен КПД цикла 1–2–3–4–1?