

$$7) v'' = \sqrt{v_0(v_0 + 2V \sin \Delta\theta) + 2V^2(1 - \cos \Delta\theta)};$$

$$8) v'' = 2,62 \cdot 10^4 \text{ м/с.}$$

## VI Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

### Теоретический тур

#### 8 класс

1. Селенографическая широта должна быть больше  $90^\circ - 1,5^\circ = 88,5^\circ$ .
2. Чем дальше от полюса мира, тем более длинные дуги представляют звезды (так как больше их угловая – относительно наблюдателя – скорость перемещения по небу), следовательно, их свет «размазывается» на большую площадь, что и приводит к уменьшению яркости дуг.
3. Вид ночного неба практически такой же, как и на Земле, однако Юпитер и Сатурн стали заметно ярче, а вот блеск Венеры и Меркурия ослаб в несколько раз. Видны также яркая Земля и ее спутник Луна. Быстро движутся два спутника Марса: Фобос и Деймос; при этом интересно, что Фобос восходит на западе, заходит на востоке, а за ночь может дважды пересечь небосвод. День на Марсе существенно отличается от земного. Диаметр солнечного диска в полтора раза меньше «нашего». Из-за разреженности атмосферы небо днем довольно темное, и на нем хорошо видны спутники Марса, планеты и даже некоторые звезды.
4. Телескоп увеличивает поток света от звезды, попадаемый в глаз наблюдателя, пропорционально отношению площадей объектива и выходного зрачка окуляра. При этом звезда по-прежнему является для наблюдателя точечным объектом – просто ее звездная величина существенно уменьшается. Что же касается яркости неба, то она не увеличивается, а, как правило, наоборот, уменьшается – в этом легко убедиться, взглянув днем на небо в телескоп. Причина в том, что телескоп увеличивает не только поток света от яркого неба, но и угловой размер того кусочка неба, который виден в окуляр, как бы «размазывая» его свет на большую площадь. При этом яркость неба, видимого в окуляр, остается неизменной при нормальном (равнозрачковом) увеличении (или уменьшении), а при увеличении больше нормального (которое, как правило, и используется при наблюдениях) вообще выглядит менее ярким, чем невооруженным глазом. Таким образом, в окуляр мы видим существенно более яркие звезды на фоне либо такого же, либо существенно потемневшего неба.
5. В 17 часов 39 минут.
6. Дело во влиянии атмосферы на качество изображения. Неоднородности воздуха создают непрерывно появляющиеся и исчезающие «воздушные линзы», немного отклоняющие свет; размер этих «линз» составляет десятки сантиметров. Диаметр объективов маленьких телескопов обычно меньше размеров «воздушных линз», поэтому при перемещении неоднородностей изображение дрожит, но остается резким. В большой телескоп попадает свет, прошедший сразу через несколько «линз», каждая из которых отклоняет лучи случайным образом. Поэтому изображение не дрожит, а становится размытым, и мелкие детали на поверхности планет оказываются неразличимыми.

#### 9 класс

5. Через  $t \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ с} \approx 140 \text{ лет}$ .
6. Вариантов может быть много (в зависимости от фантазии отвечающего), но все они сводятся к использованию второго закона Ньютона.

#### 10 класс

1. Близко ко дню зимнего солнцестояния, т.е. в конце декабря.
2. Цвет звезды зависит от распределения энергии в ее видимом спектре. Если ученый не ошибся и по спектральным ли-

ниям поглощения звезда имеет спектральный класс A0, то это могло произойти в одном случае – если излучение звезды испытало сильное межзвездное поглощение. Как известно, слой межзвездной пыли сильнее поглощает коротковолновое излучение, чем длинноволновое (как и при рассеянии света в земной атмосфере). Поскольку пыль сосредоточена в тонком слое в диске Галактики, звезда должна находиться в полосе Млечного Пути.

3.  $S = 21 \text{ ч } 42 \text{ мин } 24 \text{ с}$ .

4. Правильным является ответ 4).

5. Через  $t \approx 4,5 \cdot 10^9 \text{ с} \approx 140 \text{ лет}$ .

6. Здесь нужно рассмотреть два аспекта: 1) достаточно ли яркая Луна, чтобы быть видимой с Марса; 2) достаточно ли угловое расстояние между Землей и Луной, чтобы для невооруженного глаза они не сливались в один светящийся объект. Обсудим их по отдельности.

1) Расстояние от Луны до Марса меняется от 0,52 а.е. до 2,52 а.е. и в среднем составляет 1,52 а.е. При этом, если бы Луна наблюдалась с Марса в свое полнолуние, ее звездная величина была бы равна

$$m \approx -12,8^m + 5 \lg(1,52 \cdot 150000/384) \approx -12,8^m + 13,9^m \approx +1,1^m.$$

При наибольшем удалении Луны от Марса аналогично получаем  $m \approx +2,2^m$ . Таким образом, хотя Луна на Марсе в темное время суток не может наблюдаться в полнолуние, имеется достаточный запас яркости для того, чтобы она была хорошо видна невооруженным глазом в других конфигурациях.

2) Угловое расстояние между Луной и Землей достаточно велико – даже в случае наибольшего удаления Земли от Марса оно составит  $\arcsin((384/150000)/2,52)$ , что соответствует примерно 3,5 угловым минутам. Так что система будет вполне разрешаема глазом.

Таким образом, Луну на Марсе не просто можно увидеть, скорее ее сложно не заметить.

#### 11 класс

1. Ширина полосы по оси звездных величин составляет  $2,5 \lg 2 \approx 0,75^m$ .
3. а)  $R_{\text{п}} = R_0 \cdot 2,5$ ,  $R_{\text{а}} \approx 35700 \text{ км}$ ; б)  $V_{\text{а}} \approx 4,2 \text{ км/с}$ ; в)  $M \approx 2,16 \cdot 10^{25} \text{ кг}$ .
5.  $\alpha \approx 22,5^\circ$ . 6.  $m \approx 1,6^m$  (см. задачу 6 для 10 кл.).

## Избранные задачи Санкт-Петербургской математической олимпиады

1. 20. *Указание.* Докажите, что имеется 40 необычных пассажиров.
2. 110. *Указание.* Можно перекрасить все клетки, за исключением клеток главной диагонали, если каждый раз перекрашивать две белые клетки, симметричные относительно главной диагонали.
3. Любой кусок при подходящем  $n$  заключен между  $12 \cdot 10^n$  и  $13 \cdot 10^n$ . Поэтому произведение двух кусков заключено между числами вида  $144 \cdot 10^m$  и  $169 \cdot 10^m$ , откуда следует, что вторая цифра произведения двух кусков равна 4, 5 или 6.
4. а) Если цисильванец не входит в тройку жителей, указавших друг на друга, то он не вампир. Число 1999 не кратно трем.  
б) Рассортируем письма на пачки, собрав вместе письма, где указаны одни и те же сотрудники, и рассмотрим пачки, в которых количество писем не кратно 200. Все эти письма от сумасшедших, поскольку письма здоровых сотрудников лежат в одной отдельной пачке. Поскольку общее количество писем в выбранных пачках дает остаток 199 при делении на 200, в них содержится не менее 199 писем.
5. Нельзя. Предположим, что числа разбиты на группы в соответствии с условием. Будем называть число *большим*, если оно является одним из двух наибольших чисел в своей груп-