

графике функции

$$y = (2x - 15)(12 - x), \quad y > 0?$$

6. Найдите все значения a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{\lg(x+y-1)}{\lg x} = 1, \\ (x-a)^2 + (y-a+5)(y-a) = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. В сферу вписана пирамида $TABC$, основанием которой служит прямоугольный треугольник ABC , а высота пирамиды совпадает с ребром TA . Боковое ребро TB образует с гипотенузой основания AB угол 45° , угол между TB и медианой основания CD равен 60° , а расстояние между прямыми TB и CD равно l . Найдите площадь сферы.

Публикацию подготовил Л. Паршев

Московский институт
электронной техники

МАТЕМАТИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

(технические факультеты)

1. Вычислите без таблиц и калькулятора

$$\frac{\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right)^2}{2 \sin \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} + \cos(-\pi) - \sin \frac{\pi}{4}}$$

2. Решите уравнение

$$\log_3(x^2 - 4x + 2) = \log_3(2x - 6).$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 8, \\ xy = 4. \end{cases}$$

4. Решите неравенство

$$0,125 \cdot 4^{2x-3} \geq \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}.$$

5. Решите уравнение

$$(1 - \cos 3x) \operatorname{tg} x = 2 \sin^2 1,5x.$$

6. Велосипедист, проезжая каждую минуту на 500 м меньше, чем мотоциклист, на путь в 120 км затрачивает на 2 часа больше, чем мотоциклист. Найдите скорость велосипедиста.

7. Решите неравенство $f(a) < f(a-2)$, если $f(x) = \frac{1}{3-2x}$.

8. Постройте график функции

$$y = \log_3(x^2 + 6x + 9).$$

9. Через вершины A и B прямоугольного треугольника ABC (угол C – прямой) проведена окружность, касающаяся стороны AC и пересекающая продолжение стороны BC в точке D . Найдите радиус окружности, если известно, что $AB = 3$ и $CD = 3,2$.

10. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна a , а двугранный угол при основании равен β . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проведенной параллельно плоскости основания через центр вписанного в пирамиду шара.

11. Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2}{x^2 - x + 1}.$$

Вариант 2

(экономический факультет)

Первые пять задач совпадают с первыми пятью задачами варианта 1.

6. Решите неравенство $(x^2 - 4x - 2,75)\sqrt{x^3 - 5x^2 - 8x + 40} \geq 0$.

7. Изобразите на координатной плоскости Oxy множество точек, координаты которых удовлетворяют условию

$$|y| = f\left(\left|\frac{1}{f(|x|)}\right|\right),$$

где $f(x) = x - 2$.

8. Найдите все тройки чисел (x, y, z) , удовлетворяющие уравнению

$$\frac{3 \cos x + 4 \sin x + 5\pi + 5}{3 \sin y + 4 \cos y + 5} = \arccos \frac{z}{3} + \arcsin \frac{z}{3}.$$

9. Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O ($\angle BOC = 120^\circ$). Известно, что числа, выражающие длины отрезков BO , OC и BC , являются последовательными членами некоторой арифметической прогрессии. Найдите отношение длин отрезков DK и DC , если точка K – середина стороны BC .

10. В юношеских соревнованиях по прыжкам 35% от числа участников выполнили норматив II разряда по прыжкам в высоту и длину, 47% – по прыжкам в высоту и в тройном прыжке и 42% – в тройном и прыжкам в длину. Оказалось, что каждый участник выполнил норматив II разряда хотя бы по двум дисциплинам. Выполнители норматив по всем дисциплинам мечтают стать мастерами спорта, а выполнители только по прыжкам в высоту и длину мечтают получить II разряд в тройном прыжке, остальные

собираются остановиться на достигнутых результатах. При этом среди девушек мечтают стать мастерами 3%, а выполнить норматив в тройном прыжке 47%. Какой процент юношей собирается остановиться на достигнутых результатах, если мастерами из них мечтают стать 18%?

11. Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 4x + 5}{x - 2 - x^2}.$$

ФИЗИКА

Письменный экзамен

Вариант 1

1. Самолет совершает прямолинейный горизонтальный полет на высоте $H = 1$ км со скоростью $v_1 = 900$ км/ч. В тот момент, когда он находится над зенитной установкой, из нее производят выстрел. Чему равна минимальная начальная скорость v_2 снаряда, при которой цель может быть поражена? Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Под действием горизонтальной силы $F = 12$ Н тело движется по горизонтальной шероховатой поверхности по закону $x = 5 + t^2$, где координата x измеряется в метрах, а время t – в секундах. Определите массу m тела, если коэффициент трения тела о поверхность $\mu = 0,1$.

3. Максимальная скорость математического маятника при малых колебаниях $v_m = 5$ см/с, период колебаний $T = 1$ с. Определите максимальный угол α_m отклонения маятника от вертикали в процессе колебаний.

4. При изотермическом сжатии идеального газа его давление изменилось на $\Delta p = 5 \cdot 10^4$ Па, а плотность возросла на $\Delta \rho = 0,5$ кг/м³. Определите плотность газа ρ_2 в конечном состоянии, если его давление стало $p_2 = 1,5 \cdot 10^5$ Па.

5. Некоторое количество одноатомного идеального газа совершает одну и ту же работу в изобарном и изотермическом процессах. Определите отношение η количеств теплоты, полученных газом в этих процессах.

6. Точечные заряды q , q и $-q$ расположены на одной прямой. Расстояние между соседними зарядами одинаковы. Крайние заряды q и $-q$ взаимодействуют между собой с силой $F_1 = 100$ Н. Какая суммарная сила F_2 действует на средний заряд q со стороны двух остальных?

7. К аккумулятору с внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом подключают вольтметр и резистор сопротивлением $R = 100$ Ом, один раз соединен-