

в решении задачи следует обращаться к равенствам (3) и (4) и анализировать их. Иногда можно считать, что величины  $F_{\text{ср}} \Delta t$  или  $F_{x\text{ср}} \Delta t$ , характеризующие импульс силы, малы. Тогда из (3) или (4) следует, что  $\vec{p} \approx \text{const}$  или  $p_x \approx \text{const}$ . Такая ситуация встречается при некоторых взаимодействиях тел системы – таких, как удары, когда  $\Delta t$  мало, а  $F_{\text{ср}}$  или  $F_{x\text{ср}}$  ограничены из-за ограниченности значений  $F$  или  $F_x$  в течение опыта.

Теперь рассмотрим несколько конкретных задач. Все они в разные годы предлагались на вступительных экзаменах в Московский физико-технический институт (МФТИ). Автор всех разобранных задач, включая и задачи для упражнений, – автор этой статьи.

**Задача 1.** После разрыва неподвижного снаряда образовалось четыре осколка. Осколок массой  $m_1 = 4 \text{ кг}$  полетел вертикально вниз со скоростью  $v_1 = 150 \text{ м/с}$ , осколок массой  $m_2 = 3 \text{ кг}$  полетел горизонтально на юг со скоростью  $v_2 = 100 \text{ м/с}$ , осколок массой  $m_3 = 1 \text{ кг}$  – горизонтально на восток. Осколок массой  $m_4 = 3,5 \text{ кг}$  полетел со скоростью  $v_4 = 200 \text{ м/с}$ . Найдите скорость осколка массой  $m_3$ .

Рассмотрим систему из четырех осколков. За малое время разрыва  $\Delta t$  действием внешних сил – сил тяжести – можно пренебречь, поскольку за то время они не вызывают существенного изменения импульса осколков из-за их малости по сравнению с внутренними силами, действующими между осколками. Поэтому можно считать, что импульс системы сохраняется (приближенно):

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + m_4 \vec{v}_4 = 0.$$

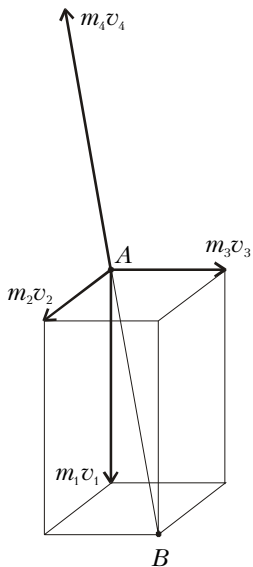


Рис. 1

Длина вектора  $m_4 \vec{v}_4$  равна длине диагонали  $AB$  прямоугольного параллелепипеда, построенного на векторах  $m_1 \vec{v}_1$ ,  $m_2 \vec{v}_2$  и  $m_3 \vec{v}_3$  (рис.1). Следовательно,

$$(m_4 v_4)^2 = (m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2 + (m_3 v_3)^2.$$

Из последнего равенства находим

$$v_3 = \frac{\sqrt{(m_4 v_4)^2 - (m_1 v_1)^2 - (m_2 v_2)^2}}{m_3} = 200 \text{ м/с}.$$

**Задача 2.** Между шариками с массами  $m$  и  $M$ , связанными нитью, вставлена легкая пружина жесткостью  $k$ , сжатая на некоторую величину (рис.2). Система движется со скоростью  $v_0$  вдоль прямой, проходящей через центры шариков. Нить пережигают, и один из шариков останавливается. Найдите начальную величину сжатия пружины.

Система из шариков, пружины и нити предполагается замкнутой. В зем-

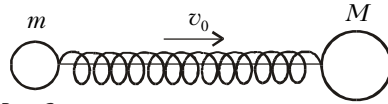


Рис. 2

ных условиях смоделировать процесс, описанный в задаче, можно на гладком горизонтальном столе. Ясно, что остановиться может только левый шарик, так как пружина на него действует силой, направленной против его начальной скорости. Пусть скорость правого шарика после распрямления пружины равна  $\vec{v}$ . По закону сохранения импульса,

$$(m + M) \vec{v}_0 = M \vec{v}.$$

Заметим, что совпадение направлений скоростей  $\vec{v}$  и  $\vec{v}_0$  следует именно из последнего равенства. Взяв модули от левой и правой частей этого равенства (точнее, записав равенство в проекциях на ось  $X$ , направленную вдоль оси пружины), получим

$$(m + M)v_0 = Mv.$$

По закону сохранения энергии,

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{(m + M)v_0^2}{2} = \frac{Mv^2}{2}.$$

Исключая из последних двух уравнений  $v$ , находим искомую величину сжатия пружины

$$x = v_0 \sqrt{\left(\frac{m}{k}\right) \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

**Задача 3.** Кусок пластилина массой  $m = 32 \text{ г}$  попадает в брусок массой  $6m$ , двигавшийся по гладкой горизонтальной поверхности стола (рис.3), прилипает к бруску и далее движется с ним по столу. Перед ударом скорость куска пластилина равна  $v = 7 \text{ м/с}$  и направлена под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, а скорость бруска равна  $v/4$  и лежит в одной вертикальной плоскости со скоростью пластилина. Определите скорость бруска с пластили-

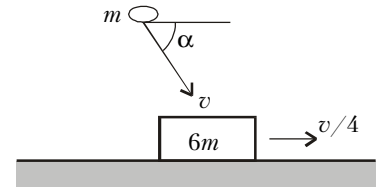


Рис. 3

ном после удара. На сколько увеличилась суммарная внутренняя энергия бруска, пластилина и окружающих тел?

Внешние силы, действующие на систему из бруска и пластилина за время их взаимодействия  $\Delta t$ , – это силы тяжести  $m\vec{g}$  и  $6m\vec{g}$  и зависящая от времени сила  $\vec{N}(t)$  нормальной реакции стола на брусок, направленная вертикально вверх. Ясно, что сумма внешних сил

$$\vec{F} = m\vec{g} + 6m\vec{g} + \vec{N}(t)$$

в произвольный момент интервала времени  $\Delta t$  не равна нулю. Этим и объясняется, что импульс системы не сохраняется. Впрочем, несохранение импульса сразу бросается в глаза – начальный суммарный импульс системы направлен вправо и вниз, а конечный – вправо и горизонтально.

Если импульс системы не сохраняется, то следует поискать ось в пространстве, для которой сохраняется проекция импульса системы. Поэтому проанализируем выражение для  $\vec{F}$ . Ясно, что для горизонтальной оси  $X$ , направленной вдоль начальной скорости бруска,  $F_x = 0$  в любой момент из интервала  $\Delta t$ , поэтому проекция на ось  $X$  импульса системы сохраняется:

$$mv \cos \alpha + 6m \frac{v}{4} = (m + 6m)u,$$

откуда и находим скорость бруска с пластилином:

$$u = \frac{(\cos \alpha + 3/2)v}{7} = \frac{2v}{7} = 2 \text{ м/с}.$$

(Окончание см. на с. 34)