Сколько пузырьков в шампанском?

А.СТАСЕНКО

В ПРИРОДЕ И В ЧЕЛОВЕЧЕСКОЙ практике известно немало случаев вскипания жидкостей без преднамеренного нагревания. Например: при истечении на поверхность с больших глубин, при разгерметизации трубопроводов с жидким теплоносителем (аварии энергетических установок), при раскупоривании бутылок с шампанским, пивом, содовой, спрайтом... – кто же не наблюдал с радостью искрящуюся пузырьками газированную воду в жаркий день!

При транспортировке таких жидкостей по трубам бывает важно знать, какой объем растворенных в них газов уже выделился в виде пузырьков. Конечно, можно было бы сделать забор пробы, но – пока эту пробу проанализируют, какое отношение она будет иметь к той смеси, что была в момент забора? Поэтому лучше всего воспользоваться электромагнитным полем – ведь информация о его изменениях распространяется со скоростью порядка скорости света, так что реальные технологические процессы будут казаться как бы застывшими (квазистатическими).

Рассмотрим, например, как можно воспользоваться простейшим плоским конденсатором для почти мгновенной регистрации свойств протекающей через него жидкости с диэлектрической проницаемостью ε, содержащей газовые пузыри или пузырьки, внутри которых $\varepsilon_1 = 1$ (рис.1). Под «пузырями» будем понимать объемы газа, размеры которых сравнимы с характерными размерами конденсатора l и d, а под «пузырьками» – те объемы, размеры которых существенно меньше d.

Пусть пластины конденсатора, площадью S каждая, подключены к источнику постоянной ЭДС U (батарейке). Ясно, что что-то будет неодинаково в двух случаях: когда конденсатор полностью занят жидкостью или когда он содержит только газ. Что же именно?

Если пренебречь сопротивлением проводов и внутренним сопротивлением источника r, то разность потенциалов между пластинами конденсатора будет постоянна и равна U. (Следовательно, электропроводность газожидкостной смеси предполагается пренебрежимо малой.) Значит, и напряженность электрического поля в обоих случаях будет одной и той же и равной $E = U/d$. А вот заряд на пластинах будет различен – ну, хотя бы потому, что емкость пустого плоского конденсатора равна $C_1 = \varepsilon_0 S/d$, емкость заполненного диэлектриком в ε раз больше: $C_\varepsilon = \varepsilon C_1$, а заряд равен $q_{1,\varepsilon} = C_{1,\varepsilon} U$. Иными словами, сам заряд и его поверхностная плотность на пластинах в этих двух крайних случаях будут отличаться в ε раз:

$$q_\varepsilon = \varepsilon q_1, \quad \sigma_\varepsilon = \varepsilon \sigma_1,$$

где

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{S} = \varepsilon_0 \frac{U}{d}.$$

Кстати, напряженность поля между пластинами будет одинаковой, даже если диэлектрик лишь частично «вдвинут» в конденсатор, как это показано на рисунке 1. (В противном случае работа по перемещению некоего заряда по пути $abcfa$ не была бы равна нулю, а это строго запрещено в электростатике.)

Легко понять, что если в данный момент времени диэлектрик занимает часть объема конденсатора, равную l'/l, то суммарный заряд на конденсаторе равен

$$q = q_1\left(1 - \frac{l'}{l}\right) + q_\varepsilon \frac{l'}{l} = \frac{\varepsilon_0 SU}{d}\left(1 + \frac{l'}{l}(\varepsilon - 1)\right). \quad (1)$$

Если диэлектрик будет «вдвигаться» с постоянной скоростью v, то $l' = vt$, так что в цепи потечет постоянный ток

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon_0 SU}{d}\frac{v}{l}(\varepsilon - 1) \quad \text{при } 0 < t < \frac{l}{v}. \quad (2)$$

Когда жидкость заполнит весь конденсатор, заряд достигнет наибольшей величины $q_\varepsilon = \varepsilon q_1$ и перестанет изменяться, а когда в конденсатор начнет входить следующий газовый пузырь, заряд станет убывать с той же скоростью – ток будет отрицательным (рис.2). Таким образом, даже если наша плоская «труба» будет совершенно непрозрачной, по изменению электрического тока мы сможем «увидеть» перемежающиеся участки движущейся жидкости и газа.

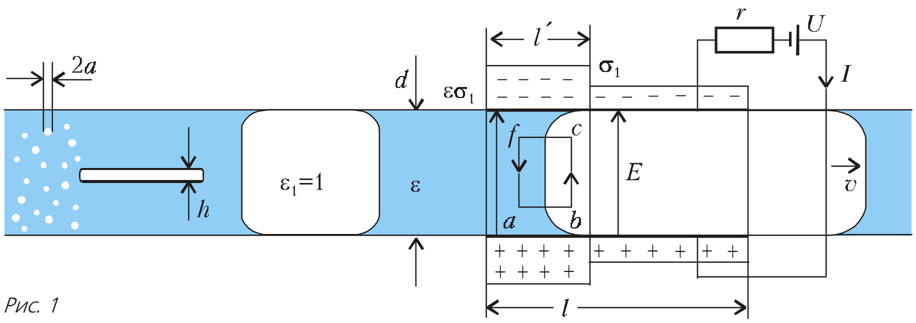

Рис. 1

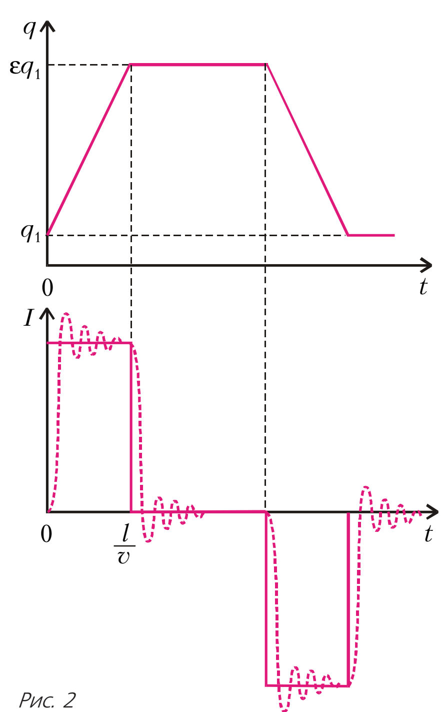

Рис. 2

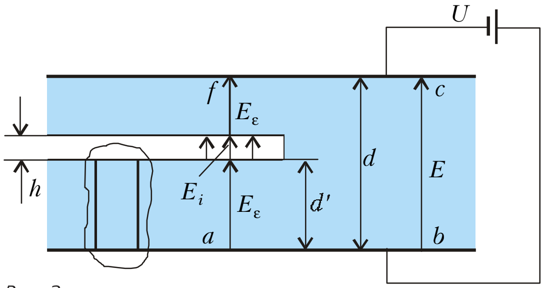

Рис. 3

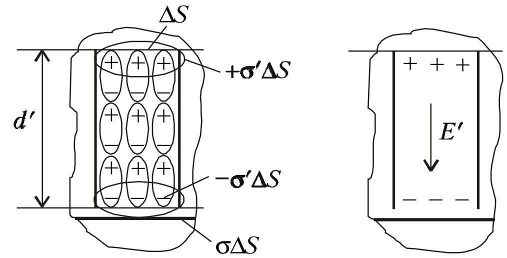

Рис. 4

Рассмотренный тип течения газожидкостной смеси (когда газовый пузырь заполняет все сечение потока) представляется нежелательным с точки зрения производства, например, газированной воды, ибо обе фазы, как видно, полностью разделены, а их как раз хотелось бы смешать. Поэтому обсудим далее более благоприятный случай. Пусть теперь газовый «пузырь» представляет собою плоскую «щель» шириной h, параллельную пластинам конденсатора (см. рис.1 и 3). По-прежнему перемещая некий пробный заряд по контуру $abcfa$ (см. рис.3), мы должны совершить нулевую работу. Другими словами, разность потенциалов между точками a и f равна таковой для точек b и c:

$$E_\varepsilon(d-h)+E_i h = U\,, \qquad (3)$$

где E_i — напряженность поля в щели, а E_ε – в диэлектрике (жидкости) с обеих сторон от щели. Кроме того, учтем, что

$$E_i = \varepsilon E_\varepsilon. \qquad (4)$$

Собственно говоря, в школьном учебнике так и написано: «Диэлектрическая проницаемость среды – это физическая величина, показывающая, во сколько раз модуль напряженности электрического поля (E_ε) внутри однородного диэлектрика меньше модуля напряженности поля (E_i) в вакууме». И дана справедливая оговорка, что такое определение справедливо лишь в частных случаях – например, для пластин в однородном поле (и несправедливо для шаровой полости). Поэтому подумаем еще раз, что такое ε. (Ранее мы приняли его как множитель, который показывает, во сколько раз увеличивается емкость плоского конденсатора с диэлектриком по сравнению со случаем пустого конденсатора.) Мысленно вырежем из нашего устройства призму с поперечным сечением площадью ΔS (рис.4). Пластина конденсатора несет заряд $+\sigma\Delta S$, и поле над этой пластиной (в вакууме) равно $E_i = \sigma/\varepsilon_0$ (а ниже этой пластины, т.е. вне конденсатора, оно равно нулю). Кусок диэлектрика в выделенной призме, попав во внешнее (по отношению к нему) поле E_i, поляризуется. Этот факт условно показан в виде нескольких диполей, выстроившихся вертикально. Видно, что внутри диэлектрика заряды противоположных знаков, принадлежащие соседним диполям, компенсируют друг друга, а на поверхностях диэлектрика торчат их «хвосты» с зарядами $\pm\sigma'\Delta S$. Дипольный момент этого призматического куска диэлектрика равен $\Delta p = \sigma'\Delta S d'$ и направлен вверх (от отрицательного заряда к положительному). А напряженность поля, порожденного этими поляризационными зарядами, равна $E' = -\sigma'/\varepsilon_0$ и направлена противоположно дипольному моменту и внешнему полю. Таким образом, напряженность суммарного электрического поля равна

$$E_\varepsilon = E' + E_i = -\frac{\sigma'}{\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Остался последний шаг. Введем еще одно понятие – объемную плотность дипольного момента:

$$P = \frac{\Delta p}{\Delta S d'} = \sigma' = -\varepsilon_0 E'.$$

Вот она-то и связана с суммарным полем в диэлектрике соотношением

$$P = \varepsilon_0(\varepsilon-1)E_\varepsilon,$$

которое и можно считать более общим локальным определением диэлектрической проницаемости, приемлемым для любой точки однородного или неоднородного диэлектрика.

Из соотношений (3) и (4) легко найти электрический заряд на пластинах в том случае, когда рассматриваемый газовый «пузырь» длиннее длины конденсатора l (и выступает за его края):

$$q = \varepsilon_0\varepsilon S E_\varepsilon = \varepsilon_0 S\frac{U}{d}\langle\varepsilon\rangle.$$

Здесь введено обозначение среднеобъемной диэлектрической проницаемости

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{\varepsilon}{1+(\varepsilon-1)h/d},$$

которая учитывает долю объема h/d, занятую плоским «пузырем».

Если теперь аналогично (1) рассмотреть процесс постепенного вдвигания этого «пузыря» в конденсатор с постоянной скоростью v, то аналогично (2) можно найти ток в цепи:

$$I = \frac{-\varepsilon_0 SU}{d}\,\frac{v}{l}\,\frac{\varepsilon(\varepsilon-1)h/d}{1+(\varepsilon-1)h/d}.$$

Это выражение явно отличается от выражения (2) и совпадает с ним по модулю лишь в случае $h/d \to 1$, когда в конденсатор вдвигается газовый пузырь (см. падающую ветвь $I(t)$ на рисунке 2).

Но пора вспомнить о пузырьках (см. левую часть рис.1), таких маленьких и круглых. Хотя каждый из них мал, их суммарный относительный объем может изменяться в широких пределах – от нуля (совсем нет газовой фазы) до единицы (все пузырьки слились в один газовый «снаряд»). Трудность описания такой среды усугубляется тем, что радиусы пузырьков могут быть различны, расстояния между ними случайны; сталкиваясь, они могут сливаться в более крупные или дробиться. А тут еще электрическое поле, которое поляризует их и заставляет дополнительно взаимодействовать, как и положено диполям. Кстати, а в каком поле находится каждый из них? Конечно, в поле, порожденном всеми зарядами – и свободными (на проводящих пластинах конденсатора), и связанными (поляризационными). И что же означают слова «пузырек находится в поле»? По-видимому, это значит, что он находится в поле, которое осталось бы, если бы пузырек был удален, – тогда в возникшей полости осталось бы поле, порожденное всеми оставшимися электрическими зарядами. С этой проблемой до нас мучились многие замечательные ученые: Ленгмюр, Клаузиус, Моссотти, Лоренц и др.

Все эти слова сказаны для того, чтобы обрисовать сложность проблемы. Конечно, ученый скажет так: давайте разобьем проблему на части. Сначала рассмотрим один сферический пузырек в безграничной жидкости, в которой достаточно далеко от пузырька (на «бесконечности») задано однородное поле E_ε. Потом предположим, что пузырьков много — N

штук в кубическом метре, но все они одинаковы и находятся в среднем на одном и том же расстоянии друг от друга — порядка $1/\sqrt[3]{N}$. И в результате найдем некоторую эффективную, или среднеобъемную, диэлектрическую проницаемость такой пузырьковой жидкости. Но даже эту скромную программу выполнить не очень легко, да это и не обязательно делать сейчас до конца – на основе двух рассмотренных выше примеров ясно, что результат будет зависеть от суммарного объема пузырьков, попавших в конденсатор, и что временна́я зависимость тока будет скорее всего иной, чем в упомянутых примерах.

А что еще мы не учли в этих случаях? Многое. Например, что диэлектрик втягивается в конденсатор. Это значит, что в первом случае «снарядного» течения газовый пузырь, попавший в конденсатор, будет сжиматься слева и справа двумя пробками жидкости. То же самое будет происходить и с пузырьковой жидкостью, если суммарный объем пузырьков будет непостоянен в пространстве, так что движение такой газожидкостной смеси в конденсаторе не будет равномерным.

Далее, в реальности существует сопротивление проводов и внутреннее сопротивление источника напряжения. Если их сумма равна r, то разность потенциалов между пластинами конденсатора запишется в виде

$$\frac{q}{C(t)} = U - rI(t)$$

и уже не будет постоянной величиной. А если учесть еще индуктивность цепи L и соответствующую ей ЭДС самоиндукции $-L\frac{dI}{dt}$, то закон Кирхгофа даст страшное дифференциальное уравнение для заряда:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + r\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C(t)} = U ,$$

которое описывает затухающие колебания. Решить это уравнение сложно, так как емкость конденсатора изменяется со временем (в этом-то и состоит суть метода), но можно ожидать, что на вышенарисованные кривые зависимости заряда и тока от времени наложатся «гармошки» колебаний (см. рис.2, точечные кривые).

Кроме того, можно предложить и другую схему измерений. Например, зарядить конденсатор от какого-либо источника, затем отключить последний и сохранять на пластинах постоянный заряд (вот тут-то и пригодится пренебрежимо малая электропроводность жидкости). Тогда при прохождении через конденсатор жидкости с различным содержанием газа в пузырьках будет изменяться разность потенциалов между пластинами. Такие приборы существуют и называются *емкостными датчиками.*

Надо признаться, что такими способами мы найдем только суммарный относительный объем газовой фазы, а не концентрацию пузырьков. Не худо было бы определить как-нибудь и их средний размер. Нужно, следовательно, использовать еще какие-то физические явления и приборы (например, оптические)... Так что, прежде чем открыть бутылку нарзана, подумайте о числе пузырьков и законах физики. И – приятного аппетита!