

Тогда для внутренней энергии газа из выражения (6) получаем

$$U = \frac{3}{2} \nu RT, \quad (8)$$

т.е. внутренняя энергия одноатомного газа, вычисленная в рамках МКТ, зависит только от температуры. Соответственно, теплоемкость одного моля одноатомного газа равна $C_V = (3/2)R$.

Обратим внимание на то, что в рамках МКТ и уравнение состояния идеального газа, и утверждение о независимости внутренней энергии от объема (для одноатомного газа) получаются при одном и том же предположении — пренебрежимой малости взаимодействия между молекулами. Это показывает, что выражение для внутренней энергии должно быть как-то связано с уравнением состояния.

Справка. В случае многоатомных газов надо учитывать кинетическую энергию не только поступательного, но и вращательного движения молекул, а в некоторых случаях и энергию колебаний атомов в молекуле относительно друг друга. Учесть эти виды энергии позволяет закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. Этот закон можно считать обобщением энергетического определения температуры (7). Он утверждает, что на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем энергия $(1/2)kT$ (в расчете на одну молекулу). Поступательному движению соответствуют 3 степени свободы, и поэтому средняя энергия поступательного движения равна $(3/2)kT$. У двухатомных молекул есть еще две степени свободы, отвечающие вращательному движению, поэтому полная кинетическая энергия этих молекул равна $(5/2)kT$. Что касается колебательного движения атомов, то энергия этих движений оказывается пренебрежимо малой вплоть до температур 1000–2000 К. Объяснение такому «замораживанию» определенных движений дает квантовая механика.

Закон Джоуля и второй закон термодинамики

Когда в середине прошлого века был сформулирован второй закон (начало, принцип) термодинамики, выяснилось, что он накладывает определенные ограничения на то, как может выглядеть внутренняя энергия $U(V, T)$ для вещества с определенным уравнением состояния $p(V, T)$. В частности, для идеального газа с уравнением состояния (1) может быть строго доказан закон Джоуля.

Второй закон термодинамики накладывает также строгие ограничения на возможность превращения внутренней

энергии хаотического теплового движения в механическую работу. В формулировке Томсона (лорда Кельвина) этот закон гласит: «Невозможен круговой процесс, единственным результатом которого было бы производство работы за счет охлаждения теплового резервуара». Простейшим следствием этого закона, имеющим аналитическую формулировку, является теорема Карно. Сформулируем ее следующим образом: КПД тепловой машины Карно любого типа, получающей тепло только от нагревателя с температурой T_1 и отдающей тепло только холодильнику с температурой T_2 , не может превышать КПД обратимой машины Карно, равного

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (9)$$

Напомним, что Сади Карно, которого по праву считают основоположником второго закона термодинамики, сформулировал свою знаменитую теорему в 1824 году, задолго до окончательного утверждения не только второго, но и первого закона термодинамики.

С помощью теоремы Карно можно получать различные физические следствия. Покажем, например, как можно доказать закон Джоуля, исходя только из уравнения Клапейрона–Менделеева. (Другие примеры применения теоремы Карно можно найти в статьях «О ледниках, скороварках и теореме Карно» — см. Приложение к «Кванту» №4 за 1995 г. и «Как зависит U от p ?» — см. «Квант» №5 за 1998 г.)

Рассмотрим два состояния одного моля идеального газа, характеризующиеся одинаковой температурой T , но различными объемами V_1 и V_2 (рис.3). Вычислим разность внутренних энергий этих состояний $\Delta U = U_2 - U_1$ и докажем, что она равна нулю. Для этого построим цикл Карно, минимальная температура которого на очень малую величину ΔT отличается от максимальной температуры T . Рабо-

та, совершенная газом при изотермическом расширении, равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

а количество теплоты, полученное им в этом процессе, равно

$$Q_1 = \Delta U + A = \Delta U + RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Работа δA , совершенная газом за цикл, равна площади внутри цикла. Для подсчета этой площади можно, учитывая близость двух изотерм (малость ΔT), заменить два наклонных адиабатических участка вертикальными прямыми. Получим

$$\delta A = RT \ln \frac{V_2}{V_1} - R(T - \Delta T) \ln \frac{V_2}{V_1} = R\Delta T \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Согласно теореме Карно, КПД этого цикла, равный $\delta A/Q_1$, должен быть равен $\Delta T/T$:

$$\frac{R\Delta T \ln \frac{V_2}{V_1}}{\Delta U + RT \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{\Delta T}{T},$$

откуда немедленно следует, что $\Delta U = 0$. (Отметим, что такой же результат получился бы для любого уравнения состояния вида $p = f(V)T$.)

Задание. Попробуйте применить теорему Карно к газу Ван-дер-Ваальса — а именно, из уравнения состояния (3) получить выражение (4).

Возникает вопрос: зачем же было тратить такие большие экспериментальные усилия на проверку закона Джоуля, если его можно просто вывести? Не говоря о самостоятельной ценности этих экспериментов (особенно опытов Джоуля–Томсона), отметим следующее. Несомненно, Джоуль и Томсон прекрасно знали не только первый закон термодинамики (одним из создателей и обоснователей которого был Джоуль), но и второй (одним из основоположников которого был Томсон) — ведь они приступили к своим опытам уже после их открытия. Однако именно в этих условиях экспериментальное подтверждение закона Джоуля приобретало исключительное значение — оно должно было теперь служить одновременно проверкой и уравнения состояния идеального газа (незадолго до этого установленного Клапейроном), и самого второго закона термодинамики!

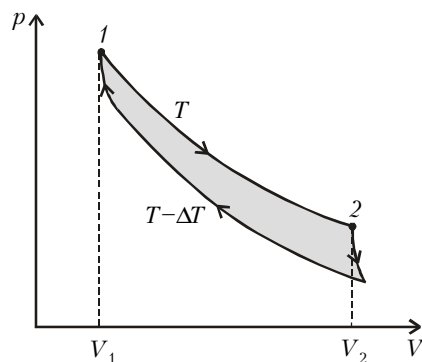


Рис. 3