лучей. Определите размер пятна на экране, расположенном за линзой перпендикулярно падающему пучку. Положение экрана было выбрано по минимальному размеру светлого пятна при узком (ограниченном диафрагмой) пучке лучей вдоль главной оптической оси.

Линза в условии задачи расположена самым простым для расчета способом – параллельный пучок падает вначале перпендикулярно на плоскую поверхность линзы и не преломляется, поэтому считать преломление приходится только на сферической границе раздела стекло—воздух. Найдем толщину линзы d (в самом толстом месте):

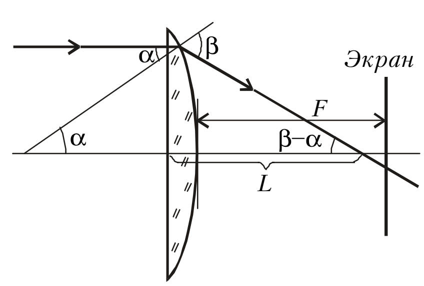
$$R^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + (R-d)^2,$$

откуда

$$d = 0{,}67 \text{ см}.$$

Толщина линзы для нас важна потому, что расстояния придется отсчитывать от разных точек поверхности линзы. Для тонкого (диафрагмированного) пучка, параллельного главной оптической оси линзы, изображение получится в фокусе на расстоянии

$$F = \frac{R}{n-1} = 10 \text{ см}.$$



Рассмотрим самый удаленный от главной оптической оси луч (см. рисунок) – для него угол падения, измеренный относительно радиуса, проведенного в точку преломления на сферической поверхности, равен $\alpha = 30°$, так как $\sin\alpha = (D/2)/R = 0{,}5$. Угол преломления находим по значению синуса: $\sin\beta = n\sin\alpha = 0{,}75$, $\beta = 48{,}6°$. После простых расчетов находим точку главной оптической оси, через которую этот луч пройдет. Она находится на расстоянии $L = (D/2)\operatorname{ctg}(\beta-\alpha)$ от плоской поверхности линзы. С учетом толщины линзы получим, что крайние лучи пучка после преломления пересекаются на расстоянии 3,2 см от экрана, что дает диаметр светлого пятна примерно 2,2 см. Интересно исследовать вопрос: а не найдутся ли лучи, которые дают больший диаметр пучка, чем полученный нами для крайних лучей?

А.Стеклов

Конкурс имени А.П.Савина «Математика 6–8»

Мы завершаем очередной конкурс по решению математических задач для учащихся 6–8 классов. Решения задач высылайте в течение месяца после получения этого номера журнала по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант» (с пометкой «Конкурс «Математика 6—8»). Не забудьте указать имя, класс и домашний адрес.

Как и прежде, мы приветствуем участие не только отдельных школьников, но и математических кружков. Победители конкурса будут награждены грамотами и призами журнала.

16. Из бумаги вырезали 6 одинаковых параллелограммов единичной площади, которыми удалось целиком оклеить поверхность кубика с ребром 1. Могут ли эти параллелограммы не быть прямоугольниками?

В.Произволов

17. Участникам математической олимпиады были предложены 24 задачи различных авторов. Сотрудник научно-популярного журнала отобрал лучшие из них для печати и поделил причитающийся гонорар в 400 рублей между авторами поровну, с округлением до целых рублей. В результате ему удалось сэкономить некоторую сумму, и когда он назвал ее главному редактору, тот, поразмыслив, определил, сколько задач оказались недостойными публикации. Сколько же?

И.Акулич

18. В четырехугольнике $ABCD$

$$\angle BAD + \angle CAD = \angle CDA + \angle BDA = 90°.$$

Стороны BC и AD делятся пополам точками M и N. Докажите, что $MN \perp AD$.

В.Произволов

19. Докажите, что при нечетном натуральном n число

$$3\cdot 5^n + 8n^2 + 44n - 67$$

делится на 128.

Т.Маликов

20. Двое играющих по очереди красят по клетке прямоугольника 1999×2000. Разрешается красить в любой цвет, но нельзя допускать, чтобы клетки одного цвета имели общую сторону. Игра заканчивается, когда все клетки покрашены, при этом проиграл тот, кто последним использовал новый цвет. Кто из игроков может обеспечить себе победу независимо от игры другого?

А.Шаповалов, М.Шаповалов