откуда

$$21\frac{2}{3} \le x \le 22\frac{1}{9},$$

но это значит, что $x = 22$, при этом $y = 31$.

Вариант 2

1. $\left(3/(1-2a);\ 3/(2a-1)\right)$ при $a \ne \pm 1/2$; $(u+3;\ u)$, $u \in \boldsymbol{R}$ при $a = -1/2$; нет решений при $a = 1/2$.

2. $\left(\left(3+\sqrt{3}\right)/3;\ 5/3\right) \cup (2;\ +\infty)$.

3. $x = (-1)^n \frac{1}{2}\arcsin\frac{3}{4} + \frac{\pi n}{2}$, $x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$, $x = (-1)^{n+1}\arcsin\frac{1}{3} + \pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. *Указание.* Уравнению удовлетворяют все корни уравнения $\sin 2x = 3/4$, а также корни уравнения

$$6\sin^2 x - \sin x - 1 = 0,$$

удовлетворяющие неравенству $\sin 2x \le \frac{3}{4}$.

4. $R^2\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}(60° - \alpha)\right)$; $\alpha = 30°$.

Указание. Пусть M и N – точки касания сторон ED и CD с окружностью, O – центр окружности (рис.16). Воспользуйтесь тем, что

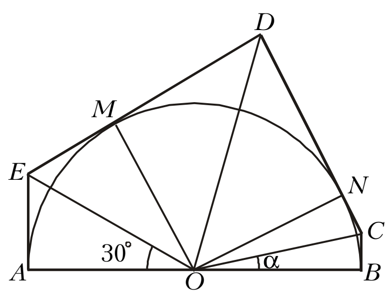

Рис. 16

$$S_{ABCDE} = 2\left(S_{OAE} + S_{OBC} + S_{OND}\right),\ \text{а}\ \angle NOD = 60° - \alpha.$$

Поскольку

$$\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}(60° - \alpha) = \frac{2\sqrt{3}}{2\cos 2(\alpha - 30°) + 1},$$

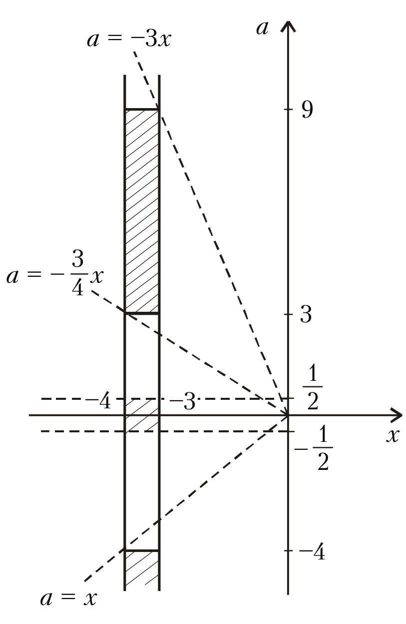

Рис. 17

наименьшее значение площади достигается при $\cos 2(\alpha - 30°) = 1$, т.е. при $\alpha = 30°$.

5. 1) $(-8;\ -2) \cup (0;\ 6)$; 2) $a \in (-\infty;\ -4) \cup \left(-\frac{1}{2};\ 0\right) \cup \left(0;\ \frac{1}{2}\right) \cup (3;\ 9)$.

Указание. Исходное неравенство равносильно совокупности из двух систем

$$\begin{cases} 0 < |2a| < 1, \\ 3x^2 + ax > 4a^2 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} |2a| > 1, \\ 0 < 3x^2 + ax < 4a^2, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 0 < |a| < \frac{1}{2}, \\ (x-a)\left(x + \frac{4}{3}a\right) > 0, \\ -4 \le x \le -3 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} |a| > \frac{1}{2}, \\ (x-a)\left(x + \frac{4}{3}a\right) < 0, \\ x(3x+a) > 0. \end{cases}$$

Изобразим в левой полуплоскости плоскости xOa точки $(x;\ a)$, удовлетворяющие этой совокупности, а затем найдем проекцию на ось Oa точек $(x;\ a)$, принадлежащих множеству решений при всех $-4 \le x \le -3$ (это множество показано штриховкой на рисунке 17).

ФИЗИКА

1. $\sqrt{\frac{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{R\sin\alpha(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}} \le \omega \le \sqrt{\frac{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{R\sin\alpha(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)}}$.

2. $Q = 3mv^2/16$. **3.** $x = 0{,}02\cos\left(100t + \frac{\pi}{6}\right)$; $s = 0{,}4$ м.

4. $\rho = \frac{\rho_0 n}{n-1} = 2{,}7\ \text{г/см}^3$, где $\rho_0 = 1\ \text{г/см}^3$ – плотность воды.

5. $\eta = \frac{5\nu R\Delta T}{2Q} - \frac{2}{3} = 0{,}16 = 16\%$.

6. $Q = \frac{CR\left(\left(\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2\right)^2 - 4\mathcal{E}_3^2\right)}{8(R+r)} = 5{,}3$ мкДж.

7. $P_{\text{тепл}} = 2I_1^2R_1 = 180$ Вт.

8. $I = U_0\sqrt{\frac{C}{2L}} = 10$ мА; $I_0 = U_0\sqrt{\frac{C}{L}} = 14$ мА.

9. $\lambda_2 = \frac{n^2\lambda_{\text{кр}}\lambda_1}{\lambda_{\text{кр}} - \lambda_1\left(1 - n^2\right)} = 200$ нм.

10. $F_1 = d\Gamma/(\Gamma + 1) = 10$ см или $F_2 = d\Gamma/(\Gamma - 1) = 15$ см.

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. $(-\infty;\ 1) \cup (1;\ +\infty)$. *Указание.* Перейдите к логарифмам по основанию 3 и обозначьте $y = \log_3|x|$.

2. $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{4} + 3\pi n$, $n \in \boldsymbol{Z}$. *Указание.* Воспользуйтесь формулой $\operatorname{tg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi = \frac{2}{\sin 2\varphi}$; заметьте, что область определения уравнения задается условием $\sin\frac{2x}{3} \ne 0$.

3. $y = 2x + \frac{7}{6}$, $y = 2x - \frac{10}{3}$. *Указание.* Угловой коэффициент касательной должен равняться 2.