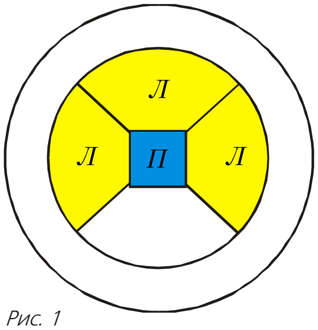

Рис. 1

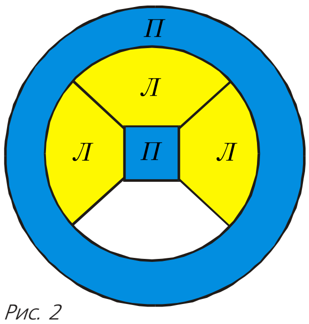

Рис. 2

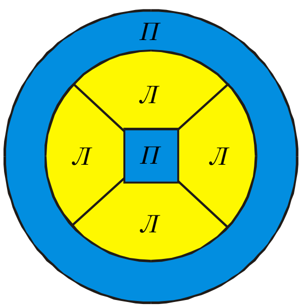

Рис. 3

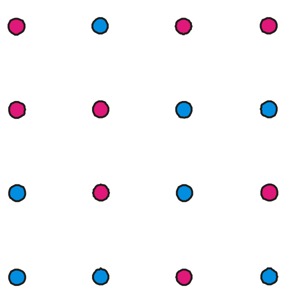

Рис. 4

= М000. Анализируя разряд единиц, получаем, что (9 + + Б) должно оканчиваться нулем, поэтому Б = 1, и тогда М = 2. В расшифрованном виде ребус выглядит так:

$$1999 + 1 = 2000.$$

2. *Ответ*: можно. Раскрасим клетки квадрата в шахматном порядке в белый и черный цвета. Искомую расстановку чисел получим, если в белые клетки поставим все числа от 1 до 8, а в черные – все числа от 9 до 16.

3. Поскольку $11111112222222 = 1111111 \cdot (10^7 + 2) = 3333333 \cdot \left(\frac{9999999+3}{3}\right) = 3333333 \cdot (3333333+1)$, то исходное выражение равно числу 3333333^2, т.е. является квадратом.

4. На планете обязательно должен обитать правдолюб (иначе каждый из лжецов будет говорить правду, что невозможно). Нарисуем карту планеты, для удобства изменив форму и размеры граней, как показано на рисунке 1. В центре карты изображена грань, которой владеет правдолюб (П). По условию, она соседствует с тремя гранями, которыми владеют лжецы (Л). Рассмотрим лжеца, соседствующего с двумя другими лжецами (на рисунке 1 территория этого лжеца показана сверху территории правдолюба). Его утверждение будет ложным только в том случае, если он будет соседствовать с двумя правдолюбами – см. рисунок 2. Но в этом случае на последней незанятой грани может находиться только лжец (рис.3).

Ответ: на планете Куб обитают 2 правдолюба и 4 лжеца.

5. Один из возможных вариантов решения показан на рисунке 4.

Задачи

(см. «Квант» №5)

1. Если меньшая палочка укладывается в большей не менее 2 раз, то ее длина заведомо меньше $\frac{2}{3}$ длины большей палочки. Пусть меньшая палочка, дважды приложенная к большей, выступает на длину d (рис.5). Длина меньшей палочки меньше $\frac{2}{3}$ длины большей палочки, если отрезок длины d более 3 раз откладывается на большей палочке.

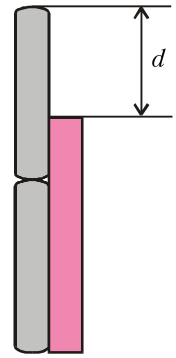

Рис. 5

2. Красные точки разбивают периметр правильного 110-угольника на 5 равных частей. Одна из этих частей содержит 3 синие точки (в противном случае синих точек оказалось бы $5 \times 2 = 10$, что меньше 11 – заданного в условии задачи их количества). 3 синие точки вместе с другими расположенными между ними вершинами 110-угольника образуют в совокупности 21 вершину – а это как раз число вершин, расположенных между двумя соседними красными точками. Следовательно, красная точка обязательно соседствует с одной из синих, т.е. у 110-угольника есть сторона, концы которой окрашены в красный и синий цвета.

3. Среди натуральных чисел квадраты встречаются вообще-то чаще, чем кубы, поэтому на первый взгляд кажется, что больше листов вырвет Миша. Но на самом деле больший ущерб нанесет учебнику Гриша, потому что Мише не удастся вырвать *ни одного* листа! Причина этого в следующем. Нумерация страниц в учебниках (и других книгах тоже) такова, что номера страниц на обеих сторонах листа различаются на 1, причем меньший из номеров всегда *нечетный*. Пусть он равен $2n + 1$ (где n – целое неотрицательное), тогда номер страницы на другой стороне листа равен $2n + 2$, и сумма номеров страниц на обеих сторонах листа составляет $(2n + 1) + (2n + 2) = 4n + 3$. При делении на 4 это число дает, как видно, остаток 3. В самом деле, если число – четное, т.е. делится на 2, то его квадрат делится на 4, и остатка нет совсем. Если же число – нечетное, то его можно записать в виде $2m + 1$ (m – целое), и квадрат равен $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 4(m^2 + m) + 1$, что при делении на 4 дает в остатке 1. Таким образом, в учебнике просто нет ни одного листа, удовлетворяющего Мишиным требованиям. В то же время листы, подходящие для Гриши, имеются, например – $27 = 13 + 14$. Так что окончательный ответ: Гриша.

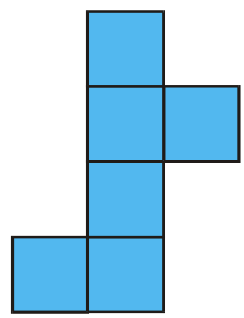

Рис. 6

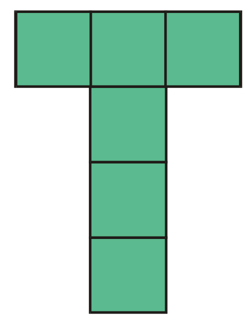

Рис. 7

4. Существует (см. рис.6, 7).

5. См. рис.8.

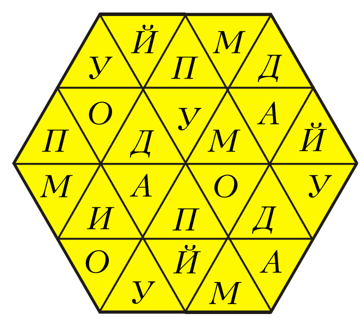

Рис. 8

Странные игроки

3. Странный игрок набирает очки только во встречах с теми, кто получил не меньше. Поэтому он обладает следующим свойством:

(∗) *Количество очков, полученное странным игроком, меньше числа игроков, набравших столько же или больше (включая его самого).*

Пусть игрок А набрал больше, чем странный (который по определению выиграл у всех, кто набрал больше его). Тогда